

# Diseño de dos actividades docentes para la ESO y el Bachillerato

Guillermo Espino Naure

Máster en Formación del Profesorado de  
Educación Secundaria y Bachillerato  
Especialidad Matemáticas



MÁSTERES  
DE LA UAM  
2018 - 2019

Facultad de Educación y  
Formación del Profesorado



# **Diseño de dos actividades docentes para la ESO y el Bachillerato**

Trabajo de fin de máster del “Máster en formación de profesorado de Educación Secundaria y Bachillerato”

Autor: Guillermo Espino Naure

Tutor: Pablo Fernández Gallardo

Curso 2018-2019

# Índice

1. Introducción .....	4
1.1. Explicación y justificación del trabajo .....	5
2. Objetivos y metodología .....	7
2.1. Objetivos propios del TFM.....	7
2.2. Objetivos didácticos generales.....	7
2.3. Objetivos didácticos particulares .....	9
2.4. Metodología didáctica.....	11
3. Adaptación de la propuesta didáctica al Centro de prácticas .....	13
3.1. Características generales del Centro .....	13
3.1.1. Entorno y alumnado.....	13
3.1.2. Recursos y metodología del Centro .....	14
3.2. La Estadística en el Centro .....	14
3.3. Adaptando el Taller de Estadística al contexto del Centro .....	15
3.4. Actividades de estímulo de las Matemáticas en el Centro .....	17
3.5. Adaptando el Taller 2 al contexto del Centro.....	18
4. Propuesta didáctica 1 .....	19
4.1. Estructura del taller .....	19
4.2. Contenido del taller .....	20
4.3. Guiones de las prácticas .....	20
5. Propuesta didáctica 2.....	29
5.1. Estructura del taller .....	29
5.2. Contenido del taller .....	30
5.3. Guiones de las prácticas .....	31
6. Reflexiones, evaluación y conclusiones .....	40
6.1. Reflexiones .....	40
6.1.1. Reflexiones generales .....	40
6.1.2. Comentarios particulares sobre el Taller 1.....	41
6.1.3. Comentarios particulares sobre el Taller 2.....	41
6.1.4. Comentarios relacionando ambos talleres. ....	42
6.2. Evaluación.....	42
6.3. Conclusiones.....	44
Bibliografía.....	45
Anexo.....	47

## Resumen

En el presente Trabajo de Fin de Máster se proponen dos actividades didácticas diseñadas bajo una metodología que fomenta la participación del alumnado. El objetivo es que el estudiante sea el protagonista de su propio proceso de aprendizaje, que genere aprecio por las matemáticas y que aumente su autoestima.

Ambas propuestas fueron puestas en funcionamiento en mi Centro en prácticas, y en esta memoria se exhiben los resultados y conclusiones obtenidos.

La primera actividad consiste en una relectura de las Unidades Didácticas de Estadística unidimensional y Estadística bidimensional bajo un punto de vista práctico, computacional, participativo y en formato de taller, que favorece el trabajo cooperativo. En la actividad, los estudiantes manejan series (grandes) de datos, reales y de su interés, con el objetivo de que su análisis permita que vayan aflorando las distintas nociones estadísticas de manera natural.

En la segunda propuesta se desarrollan una serie de sesiones lúdicas y extracurriculares con el fin de estimular y motivar a los estudiantes, al tiempo que se disminuye su indefensión aprendida hacia las matemáticas. El taller tiene el objetivo de ilustrar con ejemplos cercanos y del interés del alumno el manejo de grandes magnitudes en distancias, áreas y cantidades de dinero, asunto que en realidad es de utilidad para cualquier ciudadano. Se fomenta la participación mediante el diálogo profesor-alumno.

Palabras clave: Unidad Didáctica, sesión lúdica, taller, motivación y autoestima.

## Abstract

In this Master Thesis, we propose two teaching activities designed under a methodology where the engagement of alumni is encouraged. As a main goal, we seek that the student play a leading role in his/her learning process, thus developing a positive attitude towards Mathematics, as well as improving his/her self-confidence.

Both proposals were validated at the High School where I completed my internship; and in this report, both results obtained and conclusions are exposed.

The first activity consists of an updated perspective of both unidimensional and bidimensional Statistics under a practical, computational, and participative approach that encourages cooperative collaboration. Students deal with large series of data, of a realistic nature and tied to their own interests: the analysis of those data allows the different concepts to arise and flow in a natural way.

In the second proposal, a series of playful and extracurricular lessons are developed, with the purpose of stimulating and motivating the students, as well as decreasing their helplessness learning towards the subject. Using examples and establishing references close to their experience, this activity allows the students to *understand big numbers*: in lengths, areas or amounts of money (an skill, by the way, that might be useful to any citizen). The participation is assisted through the active conversation between teacher and student.

Keywords: lesson plan, playful session, workshop, motivation and self-esteem.

# 1. Introducción

En este Trabajo de Fin de Máster del “Máster de Formación del Profesorado en Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato” (MESOB) se han diseñado dos actividades docentes que creemos novedosas, de interés, aplicables en el aula y que quizás puedan ser útiles para la comunidad educativa.

En estas actividades se ha empleado una metodología en la que se fomenta la participación activa de los estudiantes y en la que se favorece el desarrollo del diálogo entre el profesor y los alumnos<sup>1</sup>, permitiendo de esta manera que éstos se sientan partícipes de la sesión, y potenciando su motivación por la asignatura y por las matemáticas en general.

La estructura de las dos propuestas sigue lo que denominaremos un formato de “taller”, que tiene, como ingredientes fundamentales: el fomento del trabajo cooperativo, la adaptación de los contenidos curriculares al entorno del alumno, y el acompañamiento constante del enfoque computacional.

Dichas propuestas docentes fueron puestas en práctica en el aula durante el ejercicio de mi actividad docente en prácticas en el centro I.E.S. Marqués de Suanzes, haciendo uso de una cierta libertad que me fue brindada para ello. Para evaluar y ver la respuesta del alumnado hacia las nuevas actividades propuestas, se realizó una encuesta a los tres cursos en los que se impartieron las actividades diseñadas: 1º Bachillerato Ciencias, 1º Bachillerato Ciencias Sociales y 2º ESO C (sección ordinaria). Las encuestas se encuentran en el Anexo y sus resultados se comentan en el Capítulo 6.

A continuación, describimos brevemente en qué consisten las dos actividades:

- 1) La primera actividad está imbricada en el currículo de 1º de Bachillerato y pertenece al bloque de Estadística. Se trataba de hacer una relectura de las unidades didácticas de “*Estadística Unidimensional*” y “*Estadística Bidimensional*”, dando un enfoque práctico y computacional a los contenidos del libro de texto y los marcados por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa.

En esencia, la actividad consiste en que los estudiantes manipulen por sí mismos, y usando medios computacionales, series de datos reales, grandes y relacionadas con alguna temática que les resulte cercana (y por tanto más interesante), y que en ese procesado de la información vayan apareciendo, de manera natural, las nociones estadísticas que incluyen las citadas unidades didácticas.

- 2) La segunda actividad docente parte de la constatación de que existen diversos conceptos y contenidos de índole matemática que resultan de máximo interés, no solo para la formación matemática y científica del alumno, sino también para la formación del ciudadano medio. Tal y como afirma John Allen Paulos en su “El hombre anumérico” [9]: “El anumerismo, o incapacidad de manejar cómodamente los conceptos fundamentales de número y azar, atormenta a demasiados ciudadanos que, por lo demás, pueden ser perfectamente instruidos.”

---

<sup>1</sup> Por simplicidad en el documento se utiliza el genérico masculino para denominar a profesores y profesoras, tutores y tutoras, alumnos y alumnas.

Nos referimos, por ejemplo, a la capacidad de entender y comparar diversas magnitudes de la vida cotidiana de distancias, áreas y cantidades de dinero, usando estándares y patrones de conocimiento común que puedan servir de referencia.

La actividad didáctica está enfocada a 2º de la ESO. Sus contenidos no forman parte del programa ni del currículo. Se trata simplemente de (y nada menos que) estimular el interés de los alumnos por los contenidos matemáticos. Se diseñaron tres sesiones de carácter lúdico, con la guía de una presentación en transparencias, en las que se fomentó la participación de los estudiantes a través del diálogo profesor-alumno.

## 1.1. Explicación y justificación del trabajo

### Los motivos

Para decidir la estructura y los contenidos del TFM, fueron especialmente relevantes algunas de las razones que enunciamos a continuación:

- Por un lado, nos pareció fundamental tener la oportunidad de poner en práctica las actividades y los materiales desarrollados. Así que tuvimos que adaptarnos a la disponibilidad de las sesiones que me invitaron a impartir, ya que era imprescindible tener un espacio en el que validar las actividades diseñadas.

Se nos ofreció la posibilidad de impartir la Unidad Didáctica de Estadística a dos grupos de 1º de Bachillerato durante varias sesiones seguidas. Además, había un grupo de 2º de la ESO que no estaba muy motivado, y el Centro consideró especialmente adecuado desarrollar tres sesiones lúdicas.

- Nos pareció que se podían introducir algunas ideas y nociones útiles relacionadas con las matemáticas (tanto del currículo, como extracurriculares), mediante una metodología que incluyera elementos interesantes y divertidos, que pudieran generar un buen clima en clase.

La aplicación de esta metodología pretendía lidiar con la desmotivación y la baja autoestima de muchos estudiantes, y combatir la indefensión aprendida hacia las matemáticas (véase el vídeo del siguiente enlace: [V1]).

Trabajar de una manera lúdica ciertos contenidos interesantes de las matemáticas nos permitía que los estudiantes vieran sus aplicaciones y servía para abrirles horizontes.

El objetivo de desarrollar clases participativas era motivarles y “engañarles”. Además, permitimos que el estudiante se sintiera *protagonista en su propio proceso de aprendizaje*.

- Tras diversas búsquedas, no encontramos mucho material didáctico enfocado en desarrollar la U.D. de estadística de *forma práctica y computacional*, por lo que decidimos diseñar unas actividades que pudieran resultar valiosas para su posible uso en el futuro.

Consideramos que resulta interesante, y casi imprescindible, que los estudiantes manejen conjuntos de datos que les resulten *atractivos* y que sean *reales*. Y que además su tamaño (grande) requiera, casi exija, el uso de medios computacionales para su análisis, que es el procedimiento que por supuesto se aplica en el mundo real.

## ¿Qué es?

El TFM consta de dos actividades docentes:

- La primera la llamamos *Taller de Estadística*. Se impartieron las unidades didácticas de Estadística Unidimensional y Bidimensional desde un punto de vista particular, enfocado a que los alumnos trabajaran con distintas series de datos reales e interesantes para ellos, con permanente uso del ordenador. De esta manera se promovió una mayor implicación y participación de los estudiantes.

Uno de los objetivos principales es clarificar y mostrar la utilidad práctica de los conceptos estudiados. Esta actividad se desarrolló sin perder de vista ninguno de los contenidos del libro y manteniendo un enfoque experimental. El objetivo es usar las series de datos para introducir las nociones fundamentales de: media, desviación típica, varianza, cuartiles, covarianza, correlación, recta de regresión e histograma.

Elegimos trabajar con una hoja de cálculo, en particular Excel, porque es un software estándar, y que además no requiere conocimientos de programación.

El nivel de los contenidos es el establecido en el curso de 1º de Bachillerato.

- La segunda actividad también sigue una estructura de taller. La nombramos como *Taller Freestyle de Matemáticas*. Sus contenidos, que están enfocados a combatir el “anumerismo” de Paulos, son el estudio de distintas escalas de distancias, áreas y cantidades de dinero. Pero como objetivos adicionales, aunque no menos importantes, se pretendía mostrar la cercanía de las matemáticas, fomentar el gusto y aprecio por ellas de los alumnos a través de ejemplos curiosos y divertidos, y en general motivar y mostrar la utilidad de las matemáticas, abriendo de esta manera horizontes nuevos y fomentando la participación de los estudiantes en las distintas sesiones.

Se impartió en un curso de 2º ESO<sup>2</sup>. No nos ajustamos a ninguna programación ni guía de contenidos para elegir los temas a tratar en el aula. Las tres sesiones impartidas son independientes del currículo y están guiadas por una presentación con diversas animaciones.

---

<sup>2</sup> Creemos que esta actividad se podría adaptar a otros niveles de la Educación Secundaria Obligatoria.

## 2. Objetivos y metodología

En las siguientes tres secciones exponemos los distintos objetivos que nos hemos propuesto:

- El primer apartado contiene los objetivos perseguidos al realizar el trabajo.
- En la segunda y en la tercera sección planteamos los objetivos didácticos de las dos actividades desarrolladas en el TFM, en concreto,
  - 1) los objetivos didácticos generales propios de la asignatura de matemáticas;
  - 2) los objetivos didácticos particulares de los contenidos de estadística y los extracurriculares relacionados con las matemáticas.

La metodología didáctica empleada se explica en el cuarto apartado del capítulo.

### 2.1. Objetivos propios del TFM

- El trabajo tiene dos objetivos:
  - Diseñar y desarrollar unas actividades docentes y un material didáctico.
  - Poner en práctica las actividades y el material generado en el Centro, con el fin de evaluarlo y añadir posibles mejoras para optimizar su aplicación en el aula.
- Respecto al Taller de Estadística:

Diseñar una propuesta didáctica para impartir dos unidades didácticas de Estadística a través de una serie de sesiones participativas en formato de taller, basadas en la manipulación por parte de los estudiantes de distintos conjuntos de datos de su interés, con la ayuda computacional de la hoja de cálculo Excel.
- En cuanto al Taller Freestyle de las Matemáticas:

Elaborar sesiones extracurriculares, con un ingrediente lúdico y participativo, con el fin de motivar y “enganchar” a los alumnos.

### 2.2. Objetivos didácticos generales

Las actividades desarrolladas y el material didáctico generado, junto a la metodología impartida tienen como fin cumplir los siguientes objetivos didácticos:

En primer lugar, la mayoría de los objetivos propuestos involucran en su conjunto todas las Competencias Clave. En la Tabla 1: *Relación de los objetivos del Taller de Estadística y del Taller de Freestyle de las Matemáticas* con las Competencias Clave, vienen relacionados los objetivos correspondientes a cada taller con las Competencias Clave recogidas en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa.

A continuación, enunciamos los objetivos didácticos generales propuestos:

- 1) Uso computacional y de las TIC.
- 2) Aprender el lenguaje matemático y computacional.
- 3) Aprender a trabajar en equipo de forma cooperativa.
- 4) Buscar una buena organización en las hojas de cálculo trabajadas.
- 5) Favorecer el intercambio de sugerencias e ideas con los compañeros a partir de lo aprendido.
- 6) Mejorar la autoestima de los alumnos, motivarles y generarles gusto por las matemáticas.
- 7) Estudiar problemas reales para valorar la utilidad práctica de las matemáticas.
- 8) Valorar la formación cultural de las matemáticas

Competencias clave Objetivos	Lingüística	Matemática, ciencia y tecnología	Digital	Aprender a aprender	Sociales y cívicas	Sentido de iniciativa y Espíritu emprendedor	Conciencias y expresiones culturales
Objetivo 1							
Objetivo 2							
Objetivo 3							
Objetivo 4							
Objetivo 5							
Objetivo 6							
Objetivo 7							
Objetivo 8							

**Tabla 1:** Relación de los objetivos del *Taller de Estadística* y del *Taller de Freestyle de las Matemáticas* con las Competencias Clave.

Además, se persiguen diversos objetivos didácticos como son:

- ✓ Fomentar la participación de los estudiantes para generarles aprecio hacia las matemáticas.
- ✓ Motivar a los alumnos a través de conceptos y conjuntos de datos que sean de su interés y les resulten atractivos.
- ✓ Mostrar la utilidad de las matemáticas más allá del currículo.
- ✓ Trabajar de forma práctica en la asignatura mediante el uso del ordenador.

## 2.3. Objetivos didácticos particulares

En el presente apartado se presentan los objetivos didácticos específicos de las dos actividades elaboradas, que están íntimamente relacionados con los contenidos de Estadística del primer taller y con los extracurriculares relativos al segundo taller.

En la Tabla 2: *Relación de los objetivos particulares del Taller de Estadística y del Taller de Freestyle de las Matemáticas* con las Competencias Clave, vienen relacionados los objetivos particulares correspondientes a cada taller con las Competencias Clave recogidas en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa.

Los conceptos a los que se presta especial atención a ilustrar en el Taller de Estadística están imbricados dentro del bloque de contenidos de Estadística de 1º de Bachillerato, recogido en el *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Tales conceptos son los siguientes:

- Estadística. Definición, orígenes, aplicaciones y actualidad.
- Representaciones e interpretaciones gráficas.
- La relación entre causalidad y correlación.
- Interpretaciones de resultados estadísticos.

Un objetivo importante del taller es que los alumnos comprendan para qué sirve cada estadístico estudiado y qué información aporta. Es necesario hacer reflexionar al estudiante acerca de la información que tenemos con los datos proporcionados y qué estadísticos son útiles en cada situación.

Otro objetivo a cumplir es que los estudiantes sean capaces de obtener conclusiones a partir de los resultados de los estadísticos calculados para los conjuntos de datos proporcionados.

Consideramos un objetivo importante que los estudiantes interpreten y manipulen los datos, ayudándose para ello del ordenador, y en este caso, de una hoja de cálculo.

El Taller de Estadística tiene también el fin de que el alumnado sea capaz de relacionar las matemáticas que estudia con todas las aplicaciones que tiene hoy en día.

Debido a la estrecha relación entre algunos de los objetivos didácticos particulares de la segunda actividad didáctica y los contenidos impartidos, se presenta, a continuación, un breve esquema de los contenidos impartidos en el Taller de Freestyle de las Matemáticas:

### 1) Capítulo 1. "Freestyle de las Mates".

- Un episodio curioso de la Historia de las matemáticas: la cúbica.
- El contexto histórico.
- Los protagonistas.

### 2) Capítulo 2. "Magnitudes".

- Distancias.
- Midiendo áreas.

- Irracionales famosos.

### 3) Capítulo 3. “Dinero”.

- Escalas.
- Grandes cantidades de dinero.
- Referencias.

En el segundo taller se pretende que los estudiantes sean capaces de manejar magnitudes grandes en el día a día, referidas a distancias, áreas y dinero, partiendo de referencias cercanas a su entorno.

Otro objetivo del taller es que los estudiantes perciban las aplicaciones que tienen las matemáticas en su mundo cotidiano. Consideramos que ayudarnos de algunas curiosidades históricas puede facilitar al alumno a entender ciertas relaciones.

Competencias clave Objetivos	Lingüística	Matemática, ciencia y tecnología	Digital	Aprender a aprender	Sociales y cívicas	Sentido de iniciativa y Espíritu emprendedor	Conciencias y expresiones culturales
1. Interpretar datos y gráficas.							
2. Manipular los datos.							
3. Redactar conclusiones a partir de los resultados estadísticos razonando de forma coherente.							
4. Analizar de manera crítica la información proporcionada por los datos.							
5. Relacionar las matemáticas con sus aplicaciones hoy en día.							
6. Conocer el origen de algunos de los conocimientos matemáticas que estudian.							
7. Manejar magnitudes grandes en el día a día partiendo de referencias comunes.							
8. Manejar los conceptos de distancia, área y dinero en distintas unidades y situaciones cotidianas							

**Tabla 2:** Relación de los objetivos particulares del *Taller de Estadística* y del *Taller de Freestyle de las Matemáticas* con las Competencias Clave.

## 2.4. Metodología didáctica

La metodología que se propone aplicar en las dos actividades didácticas diseñadas se basa en un formato de taller con un marcado enfoque participativo por parte del alumnado.

La metodología seguida responde a los objetivos didácticos generales y particulares recogidos anteriormente en la Tabla 1: Relación de los objetivos del *Taller de Estadística* y del *Taller de Freestyle de las Matemáticas* con las Competencias Clave, y en la Tabla 2: Relación de los objetivos particulares del *Taller de Estadística* y del *Taller de Freestyle de las Matemáticas* con las Competencias Clave.

Los elementos metodológicos de ambos talleres son los siguientes:

- Fomento de la participación.

El pilar del taller se basa en que sea el alumno quien tome las riendas de la clase y sea el protagonista de su propio proceso de aprendizaje. Para huir de la tradicional clase magistral es necesario que los alumnos se planteen cuestiones, intercambien ideas dialogando entre ellos y discutan sobre diversas soluciones posibles. Es necesario que durante el taller se fomente el diálogo alumno-profesor y alumno-alumno para poder resolver los problemas de las prácticas conjuntamente. La metodología desarrollada sigue un enfoque práctico y tiene como objetivo que los estudiantes estén trabajando casi toda la clase, en lugar de escuchando permanentemente.

- Manejo de datos reales y de interés.

El Taller de Estadística emplea como material didáctico unos conjuntos de datos grandes, reales e interesantes para los estudiantes, ya que están relacionados con temáticas de su vida cotidiana, lo que hace las prácticas más atractivas, evitando temas que les resulten indiferentes y datos artificiales ajenos a su realidad.

Algunos de los conjuntos de datos seleccionados son las calificaciones de EvAU de Madrid del curso 2017-2018, otros son los datos de la altura de los jugadores de baloncesto de la Euroliga de la temporada 2018-2019, los cuales nos permiten analizar problemas reales y del interés del alumnado.

- Enfoque computacional.

Para llevar a cabo el Taller de Estadística es necesario que los estudiantes se manejen con las hojas de cálculo para analizar los distintos datos, interpretar los resultados y extraer conclusiones. Trabajando de esta manera el aspecto computacional, tan útil hoy en día.

Opinamos también que a medida que el estudiante vaya “superando” las distintas prácticas, se sentirá capaz de cumplir pequeños objetivos, lo cual aumentará su autoestima, que ayudará a disminuir su indefensión aprendida hacia las matemáticas. Además, al tratarse de actividades manipulativas, los estudiantes pueden asimilar y afianzar mejor los conceptos gracias al aprendizaje significativo.

➤ Trabajo cooperativo

A nuestro parecer, trabajar una U.D. desde un enfoque práctico en el que se fomentan la participación y el trabajo cooperativo, puesto que los alumnos trabajan por parejas, y se facilita el diálogo e intercambio de ideas entre los estudiantes, suscitará en ellos una curiosidad que les ayudará a mejorar su proceso de aprendizaje.

➤ Ejemplos cotidianos y cercanos a la realidad del alumno.

Finalmente, otro de los elementos metodológicos empleados en el segundo taller es tomar referencias cercanas a la realidad del alumno para que sea capaz de manejar distintas magnitudes grandes relacionadas con el dinero, el área y las distancias. Consideramos que el estudiante percibirá la gran utilidad de esta capacidad, lo cual aumentará su aprecio por la asignatura.

En estas sesiones lúdicas empleamos una metodología divertida con el objetivo de “enganchar” y motivar a los estudiantes.

Además, creemos que exponer ejemplos cotidianos nos permite explicar distintos conceptos simplificando el proceso de abstracción requerido por el alumno, facilitando de esta manera su comprensión, a la par que se fomenta su entusiasmo por las matemáticas.

➤ Empleo de un blog.

Para facilitar el desarrollo del taller de Estadística se diseñó un blog llamado “*matissuanzes*” cuyo enlace es: [matisuanzes.blogspot.com](http://matisuanzes.blogspot.com)

En él se subieron las diferentes plantillas y conjuntos de datos necesarios para que el estudiante realizara todas las prácticas.

## 3. Adaptación de la propuesta didáctica al Centro de prácticas

### 3.1. Características generales del Centro

El I.E.S. Marqués de Suanzes de Madrid es un centro público que se encuentra en la avenida 25 de septiembre nº 3. Administrativamente, se ubica en el distrito de San Blas–Canillejas, en el barrio de Salvador.

Oferta formación en ESO (16 unidades) y en Bachillerato (8 unidades).

#### 3.1.1. Entorno y alumnado

Centrándonos en el entorno del barrio, la zona tiene carácter tanto residencial como industrial y terciario.

Analizando el entorno socioeconómico y cultural, en datos generales, el distrito de San Blas presenta una renta per cápita que se encuentra por debajo de la media. El grado de preparación académica de sus ciudadanos es significativamente menor que en el resto de la ciudad, sobre todo, en el nivel de estudios superiores. Además, el distrito presenta un mayor índice de parados que la media de la ciudad, especialmente en cuanto a las mujeres.

El Índice Socioeconómico y Cultural (ISEC), que se obtiene en función del nivel profesional y de estudios de los padres y madres, es un indicador que permite realizar un estudio cualitativo en el centro. En él, hay una clara diferencia entre secciones. En las secciones bilingües encontramos un indicador medio-alto, mientras que, en contrapartida, las secciones ordinarias presentan un perfil de ISEC medio-bajo.

El centro tiene sección bilingüe en inglés y en francés, además de una sección ordinaria. Por lo que se realizan muchas actividades e inmersiones lingüísticas con el fin de perfeccionar el segundo idioma. En mis prácticas he podido observar que entre una sección y otra no hay una gran diferencia de capacidad académica entre los estudiantes. Pero sí que se percibe que la principal diferencia es que la mayoría de familias que se preocupan más, y están más encima de sus hijos, y de su formación tienden a matricularles en la sección bilingüe. Por lo que, los alumnos del grupo bilingüe suelen tener muchas más facilidades y más ayuda en casa, lo que suele implicar mejores resultados académicos.

Para analizar las características generales del alumnado hay que atender a su procedencia, la cual en el inicio de la ESO es, casi exclusivamente, del CEIP Marqués de Suanzes y del CEIP Padre Coloma, dado que dichos centros suelen cubrir al completo todas las plazas disponibles. Esto aporta un carácter de continuidad gracias al esfuerzo de coordinación que realiza el departamento de orientación con estos centros.

Por otro lado, salvo casos excepcionales, en el centro no se encuentran muchos casos de familias que se encuentren en situación de marginalidad o riesgo de exclusión social. No obstante, no podemos obviar que la crisis económica ha incrementado el número de situaciones de dificultad o de desempleo continuado en determinadas familias.

### 3.1.2. Recursos y metodología del Centro

Respecto a la infraestructura y la organización de los espacios del centro, se puede destacar que el centro cuenta con amplios espacios comunes. Actualmente, se está procediendo a equipar todas las aulas con ordenadores y proyectores.

El centro cuenta con tres salas de informática, dos de ellas con capacidad para albergar a treinta estudiantes, y una con capacidad para veinte alumnos.

Respecto a la asignatura de matemáticas, la metodología del centro, en general, es bastante parecida a la habitual, es decir, está basada en clases magistrales.

Además, el centro dispone de dos aulas para grupos del Programa de Mejora del Aprendizaje y del Rendimiento (PMAR) y de otras dos aulas para los desdobles correspondientes de Pedagogía Terapéutica (PT).

En estas clases, la metodología impartida está individualizada en el alumno, en ellas se fomenta la participación activa de los estudiantes y el trabajo cooperativo.

Los estudiantes correspondientes a PT son alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo o alumnos con necesidades educativas especiales, por lo que el número de estudiantes en estas aulas es bastante reducido.

## 3.2. La Estadística en el Centro

En la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa, se recogen contenidos de Estadística en todos los cursos que abarcan la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato.

En particular, en el currículo de 1º de Bachillerato de Ciencias hay una unidad didáctica relativa a la Estadística unidimensional y a la Estadística bidimensional. Por otro lado, en el currículo de 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales hay una unidad didáctica dedicada a la Estadística unidimensional y otra unidad didáctica en la que se estudia la Estadística bidimensional.

Respecto a la realidad del bloque de Estadística en el Centro, después de dialogar con varios profesores hemos extraído la conclusión de que este bloque es el último en la temporalización de la asignatura, por lo que se imparte bastante deprisa, explicando las nociones básicas necesarias para cumplir con el currículo recogido por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa, sin posibilidad de afianzar ni profundizar sobre ninguno de los contenidos.

Tras comentar la situación con diversos compañeros y profesores de otros centros, hemos llegado a la conclusión de que se trata de una práctica extendida en la mayoría de los centros.

Observamos que para impartir estas unidades no se suele hacer uso del ordenador.

Pudimos comprobar que en los libros de texto se recogen ilustraciones numéricas de pequeño tamaño y, en general, poco atractivas para los estudiantes.

Las dos unidades didácticas impartidas en el taller tienen los siguientes contenidos, los cuales se recogen en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa, y forman parte del bloque de Estadística y Probabilidad:

- Representaciones e interpretaciones gráficas.
- Estudio de la estadística descriptiva unidimensional.
- Estudio de los parámetros de centralización y dispersión.
- Introducción a la estadística descriptiva bidimensional.
- Estudio de la dependencia e independencia de las variables estadísticas.
- Representación gráfica: Nube de puntos.
- Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.
- Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas. Coeficiente de determinación.

### 3.3. Adaptando el Taller de Estadística al contexto del Centro

El departamento de Matemáticas recibió la propuesta del taller como una buena actividad a desarrollar. Tanto el profesor de 1º Bachillerato de Ciencias Sociales, Emilio Poveda, como la profesora de 1º Bachillerato de Ciencias, Paloma Prieto, me facilitaron que lo llevara a cabo y me brindaron su colaboración en todo momento.

La opción de desarrollar la Unidad Didáctica 12. *Estadística Unidimensional y Bidimensional* en el grupo de Ciencias y las Unidades Didácticas 10. *Estadística Unidimensional* y 11. *Estadística Bidimensional*, en el grupo de Ciencias Sociales, nos pareció la mejor oportunidad de poner a prueba al taller en el contexto que consideramos óptimo a impartir, ya que los contenidos determinados por el currículo en este curso son muy amplios y nos permiten trabajar una gran cantidad de conceptos interesantes, dando lugar a diversas aplicaciones atractivas, lo cual suscita la curiosidad de los estudiantes.

Además, ambos grupos llevaban el temario al día respecto a la temporalización de la asignatura, por lo que era la situación ideal en la que podíamos experimentar el material didáctico.

Debido a la presión que genera la Evaluación para el Acceso a la Universidad (EvAU), era inviable plantear una actividad de este tipo en el curso de 2º de Bachillerato, cuyos contenidos en el bloque de Estadística son aún más amplios e interesantes.

El grupo de 1º Bachillerato de Ciencias estaba constituido por 28 alumnos de unos 16-17 años. Mientras que el grupo de 1º Bachillerato de Ciencias Sociales estaba formado por 11 alumnos de 16-17 años de edad.

A la hora de adaptar el taller tuvimos que tener en cuenta las diferencias entre sendas clases, ya que el grupo de Ciencias tenía mayor formación previa del bloque de Estadística, por lo que se diseñaron algunas actividades especialmente orientadas al repaso de determinados conceptos para el curso de Ciencias Sociales.

Además, el ritmo de las clases en este grupo era más lento que en el de Ciencias, por lo que se dedicaron dos sesiones más respecto del planteamiento inicial para finalizar el taller.

Debido al carácter práctico del taller y a la necesidad del uso del ordenador por parte de los estudiantes para trabajar con las hojas de cálculo, se tomó la decisión de impartir las clases en una de las aulas de informática.

Para fomentar el trabajo cooperativo, el taller se realizó por parejas, facilitando el diálogo y la cooperación de los estudiantes, que es uno de los objetivos de la actividad.

La sala estaba dotada de un proyector conectado al ordenador del profesor, lo cual permitió explicar diversas dudas y planteamientos de los alumnos de forma eficiente.

Desgraciadamente, debido a problemas de disponibilidad en las salas de informática, hubo dos sesiones del grupo de Ciencias Sociales que se desarrollaron en el aula habitual, impidiendo de esta manera que los estudiantes manejaran el ordenador, lo cual también motivó la decisión de ampliar el taller dos sesiones en este grupo.

Además, el hecho de que todos los estudiantes dispusieran de un ordenador en sus casas permitió mandar alguna práctica a terminar en casa como tarea, facilitando el desarrollo del taller.

También decidimos introducir algunas nociones de carácter eminentemente práctico y de gran utilidad para el estudiante, como es la manipulación estadística que se puede encontrar en la prensa a partir de la deformación de gráficas y resultados estadísticos. Esta adaptación estaba especialmente motivada por satisfacer los intereses del grupo de Ciencias Sociales. El material fue elaborado por Ana Granados y Ana Portilla, profesoras de la Saint Louis University – Madrid [7].

Otros contenidos añadidos al Taller fueron:

- Familiarización con el lenguaje matemático y computacional.
- Estadística. Definición, orígenes, aplicaciones y actualidad.
- La media en distintas distribuciones de datos describiendo diversas características (tanto como variable cuantitativa como cualitativa).
- La relación entre causalidad y correlación.
- Interpretaciones de resultados estadísticos.
- Manipulación estadística.

En el capítulo 6 se evaluará la puesta en práctica de la actividad didáctica, en la que se expondrán las conclusiones y posibles mejoras para su futura aplicación.

### 3.4. Actividades de estímulo de las Matemáticas en el Centro

En el centro se desarrollan una serie de actividades de carácter extracurricular que tienen como fin combatir la desmotivación y generar interés por las matemáticas en los alumnos, además de trabajar otras habilidades matemáticas que quedan desatendidas en el currículo, como son la deducción lógica, el descarte, la creatividad matemática, etc.

Entre otras actividades podemos destacar:

➤ *Concurso Primavera de las Matemáticas.*

Todos los estudiantes que lo desean tienen la oportunidad de presentarse al *Concurso Primavera de las Matemáticas* organizado por la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid, cuya primera fase tiene lugar en el instituto en el mes de febrero. Debido a que el centro se presenta en todos los niveles, pueden participar tanto los alumnos de la ESO como del Bachillerato.

Varios profesores del departamento imparten ciertas sesiones en horario no lectivo para preparar dicho concurso.

Este concurso les permite a los estudiantes encarar desde un nuevo punto de vista los problemas matemáticos, como es la estrategia del descarte. También se favorece el trabajo en equipo entre los compañeros.

Igualmente, es una experiencia positiva para los alumnos asistir a la universidad a realizar una prueba de estas características, ya que esta primera toma de contacto les servirá para afrontar futuras pruebas universitarias, como EvAU, sin el “miedo” o exceso respeto por examinarse en una facultad, que suele ser nuevo para la mayoría de los estudiantes.

➤ *Concurso Ingenia.*

Otro concurso con arraigo en el centro desde hace bastantes años es el *Concurso Ingenia*, que consiste en una serie de ejercicios en el que se ejercita con especial importancia la lógica y la abstracción matemática. Todos los alumnos de 1º y 2º de la ESO que manifiesten su interés pueden presentarse.

➤ *Divermates.*

Una actividad extracurricular desarrollada por el centro para los alumnos de Secundaria, aunque en los últimos dos cursos académicos no ha podido llevarse a cabo, es la realización de actividades de “Matemagia” impartidas por miembros de la organización “*Divermates*”. En estas sesiones se presentan muchas aplicaciones útiles y divertidas que suelen ser del agrado de los estudiantes. Evidentemente, el objetivo de estas sesiones lúdicas es fomentar la motivación y el entusiasmo por las matemáticas desde un punto de vista ajeno al currículo.

### 3.5. Adaptando el Taller 2 al contexto del Centro

La actividad es independiente del currículo. Está constituida por tres sesiones lúdicas guiadas por una presentación en PowerPoint con diversas diapositivas, en las que se proyectan diversos conceptos útiles e interesantes para los estudiantes. La actividad persigue el objetivo de motivarles y entusiasmarles por las matemáticas. Durante las sesiones se potenció el diálogo con los estudiantes para fomentar su participación.

La propuesta del taller fue recibida por el Departamento de Matemáticas como una interesante actividad a desarrollar. Varios profesores me brindaron la oportunidad de impartir esta serie de sesiones lúdicas en sus clases. Además, el hecho de que, como se ha comentado anteriormente, este año no se llevara a cabo la actividad extracurricular de “*Divermates*”, motivó una mayor disponibilidad de cursos en los que testar la actividad didáctica.

Me propusieron diversos cursos, pero tanto en los de 1º de la ESO como en los de 3º de la ESO solo se me proponía impartir una sesión. Mientras que en el curso de 2º de la ESO C, el profesor José Javier Bueno me ofreció tres sesiones para validar el material generado. Además, detectamos que había una notable desmotivación en el grupo. Esta posibilidad, junto a la temprana edad de los estudiantes, fueron los motivos por los que nos pareció la mejor oportunidad y nos decantamos por este curso.

El grupo pertenece a la sección ordinaria y está constituido por 24 alumnos de 13-14 años de edad. El material generado se ha adaptado al curso de 2º de la ESO, pero es extensible a otros niveles de la Secundaria.

Las sesiones tuvieron lugar en el aula del grupo, que disponía de un proyector conectado al ordenador del profesor. Estas sesiones lúdicas se pueden impartir también como clases extracurriculares, durante el periodo anterior a los exámenes extraordinarios de junio.

Otra posible aplicación es durante la fase de sondeo o sesión inicial de una U.D. relacionada con los contenidos. Este tipo de sesiones también pueden servir como premio debido a una buena dinámica de trabajo del grupo durante el curso. Finalmente, esta actividad podría incluirse dentro de la “*Semana cultural*”.

Uno de los motivos por los que se desarrolló esta actividad, como se ha mencionado con anterioridad, es la existencia de diversos conceptos y contenidos de índole matemática que son útiles para la formación del ciudadano medio. Nos referimos, por ejemplo, a la capacidad de manejar grandes magnitudes de dinero, área y distancia. Nos basamos para ello en estándares cotidianos y cercanos al entorno del estudiante, que les sirvan de referencia para su fácil desempeño.

En el Capítulo 6 se evaluará la puesta en práctica de la actividad didáctica, en la que se expondrán las conclusiones y posibles mejoras para su futura aplicación.

## 4. Propuesta didáctica 1

La propuesta didáctica que presentamos a continuación es un *Taller de Estadística*, dicho nombre se debe a que, como hemos mencionado anteriormente, es un taller. Por lo que el docente fomentará el diálogo entre los estudiantes y les guiará para que sean ellos quienes realicen las distintas prácticas.

La explicación detallada de los objetivos y metodología didáctica del taller impartida se ha explicado con detenimiento en el Capítulo 2 del presente trabajo.

En la sección 1.1. se explicó detalladamente el funcionamiento del taller.

A su vez, en el apartado 3.3. se desarrollaron con detenimiento las distintas adaptaciones del taller a los grupos en los que se impartió.

Por lo que, en esta sección nos centraremos en el desarrollo concreto de las actividades diseñadas. Primero veremos la estructura del taller (número de sesiones planificadas, recursos necesarios, número de alumnos esperado, etc.), después se expondrá su contenido y posteriormente, se explicará detalladamente el guion de cada sesión.

### 4.1. Estructura del taller

El taller consta de seis sesiones de cincuenta minutos de duración cada una, las cuales se desarrollaron durante dos semanas de clase.

El taller se impartió en una sala de ordenadores que contaba con 30 ordenadores, equipados con la hoja de cálculo Excel, para ser utilizados por los alumnos, y un proyector conectado al ordenador del profesor del cual ayudarse para ir orientando a los estudiantes en las diversas prácticas.

La actividad está pensada para desarrollarse en una clase de entre 20-30 alumnos. Aunque cuanto menor sea el número de estudiantes, más fácil le resultará al profesor impartir el taller, resolver las dudas y dinamizar la sesión.

Los alumnos trabajan por parejas, lo cual fomenta el diálogo entre los estudiantes, el intercambio de ideas y el trabajo cooperativo.

Decidimos que cada alumno tuviera la libertad de elegir a su pareja de prácticas, puesto que nos parece que es una experiencia útil para el estudiante tomar este tipo de decisiones.

En el Capítulo 6 se comentan los resultados obtenidos y las conclusiones que hemos extraído de la puesta en práctica de la actividad.

## 4.2. Contenido del taller

Los contenidos del taller son los correspondientes a las unidades didácticas de Estadística Unidimensional y Estadística Bidimensional del currículo de 1º de Bachillerato, como se detalló en el apartado [3.2. La Estadística en el Centro](#) (los recogidos en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa) y en el apartado [3.3. Adaptando el Taller de Estadística al contexto del Centro](#) (los relativos a la adaptación al alumnado del centro y a nuestros intereses particulares sobre los que queríamos enfatizar)

De todas maneras, los contenidos claves trabajados en el taller son:

- Representaciones e interpretaciones gráficas.
- Estudio de los parámetros de centralización y dispersión.
- Covarianza y correlación.
- La relación entre causalidad y correlación.
- Regresión lineal.
- Interpretaciones de resultados estadísticos.
- Manipulación estadística.

## 4.3. Guiones de las prácticas

A continuación, exhibimos unos guiones de las sesiones impartidas, hemos seleccionado 31 diapositivas a ilustrar para dar una idea de su desarrollo. Los estudiantes descargaron las plantillas de las hojas de cálculo mostradas en el blog [matisuanzes.blogspot.com](http://matisuanzes.blogspot.com)

### Sesión 1

Comenzamos la sesión inicial con una pequeña motivación de la Estadística en la que mencionamos sus orígenes, algunas aplicaciones actuales, como el Big Data y aprovechamos el contexto en el que nos encontrábamos, puesto que quedaba un mes para las elecciones generales, para hablar de las encuestas electorales.

Luego realizamos una introducción teórica de algunos conceptos básicos a modo de repaso de los contenidos estudiados en cursos anteriores como son: población, variable cualitativa, variable cuantitativa, muestra, tamaño muestral y muestra representativa.

Después dedicamos unos minutos a trabajar con las operaciones básicas en la hoja de cálculo de Excel, se hicieron como ejercicio las tablas de multiplicar del 1 al 10.

Posteriormente se presentaron unas series de datos referentes a las calificaciones de EvAU de más de 300 centros de Madrid, como se muestra en las Figuras 1, 2 y 3.

INSTITUTOS PÚBLICOS MADRID			
Centro	Notas	Alumnos	%Aptos
SAN MATEO	8,35	121,00	100,00
LAS MUSAS	7,34	71,00	100,00
ITURRALDE	7,30	17,00	100,00
CIUDAD DE LOS POETAS	7,26	41,00	100,00
SAN JUAN BAUTISTA	7,22	132,00	97,73
VILLABLANCA	7,21	39,00	100,00
GRAN CAPITAN	7,09	115,00	99,13
GARCÍA MORATO	7,03	32,00	96,88
VALDEBERNARDO	6,98	58,00	98,28
FRANCISCO DE GOYA	6,94	5,00	100,00
RAMIRO DE MAEZTU	6,82	297,00	93,94
CARDENAL HERRERA ORIA	6,75	33,00	100,00
FORTUNY	6,72	92,00	95,65

Figura 1

CENTROS CONCERTADOS MADRID			
Centro	Notas	Alumnos	%Aptos
MADRE DE DIOS	7,64	17,00	100,00
COLEGIO ABACO	7,50	18,00	100,00
NTRA. SRA. DEL CARMEN	7,50	15,00	100,00
NTRA. SRA. DE LA PROVIDENCIA	7,38	15,00	100,00
JESUS MAESTRO	7,36	46,00	95,65
SANTA CATALINA DE SENA	7,36	20,00	95,00
SAGRADO CORAZON DE JESUS	7,34	35,00	100,00
LOS ROBLES	7,33	32,00	100,00
MADRES CONCEPCIONISTAS	7,23	43,00	97,67
LOS TILOS	7,19	24,00	100,00
SAN AGUSTIN	7,18	130,00	99,23
EL VALLE	7,17	54,00	96,30
NTRA. SRA. DE LA CONSOLACION	7,15	48,00	97,92
PATROCINIO DE SAN JOSE	7,10	71,00	94,37
LAS TABLAS VALVERDE	7,07	41,00	100,00
COLEGIO VALDEFUENTES	7,07	23,00	91,30
COLEGIO INTERNACIONAL J.H. NEWMAN	7,02	38,00	100,00

Figura 2

CENTROS PRIVADO MADRID			
Centro	Notas	Alumnos	%Aptos
ALTAIR, COLEGIO INTERNACIONAL	7,65	20,00	100,00
MATER SALVATORIS	7,63	138,00	100,00
HIGHLANDS EL ENCINAR	7,58	41,00	100,00
HUERFANOS DE LA ARMADA	7,54	33,00	100,00
MONTEALTO	7,52	81,00	100,00
SANTA MARIA DE LOS ROSALES	7,50	35,00	100,00
ARCANGEL RAFAEL	7,48	65,00	100,00
COLEGIO CEU SAN PABLO DE CLAUDIO COELLO	7,34	98,00	100,00
NTRA. SRA. DE LAS MARAVILLAS	7,31	126,00	100,00
NTRA. SRA. DE LORETO	7,31	36,00	100,00
SANTO ANGEL BRITISH SCHOOL	7,29	38,00	100,00
ARTURO SORIA	7,23	47,00	100,00
PARQUE CONDE DE ORGAZ	7,14	4,00	100,00
RAMON Y CAJAL	7,10	72,00	98,61
JOYFE	6,99	73,00	98,63
T.E.M.S.	6,88	23,00	100,00
ESTUDIO	6,82	139,00	99,28

Figura 3

	EDUCACIÓN PÚBLICA	EDUCACIÓN CONCERTADA	EDUCACIÓN PRIVADA
MEDIA NOTAS	5,769	6,291	6,124
MEDIA ALUMNOS	48,71	43,28	51,56
MEDIA % APTOS	84,20	90,78	84,19

Figura 4

Se debatió sobre la información que nos aportaban los datos y se trabajó sobre la media. Se calcularon empleando la fórmula y la función “*promedio*” de Excel las tres notas medias de los tres tipos de centro (público, concertado y privado).

Se quiso hacer especial énfasis en la información aportada por los datos y se comentó lo interesante que sería el tener información de otras variables, como el porcentaje de estudiantes presentados a EvAU respecto del número de matriculados en cada centro.

**Sesión 2**

En esta sesión y en la siguiente se estudiarán los conceptos propios de la Unidad Didáctica de Estadística Unidimensional.

Se les presentaron a los estudiantes un conjunto de datos con la altura de todos los jugadores de baloncesto de la Euroliga de la temporada 2018-2019, como se muestra en la Figura 5.

Se inició una discusión acerca de qué se debía hacer para resumir esta información, qué estadísticos interesaba calcular y qué información podían aportar. A partir de la propia serie de datos se fueron desgranando los conceptos de altura media, mediana, moda, mínimo, máximo, los cuartiles, el rango intercuartílico, el rango, la varianza y la desviación típica, varios de estos conceptos se describieron luego en la pizarra. Se calcularon dichos estadísticos con la fórmula y la función de Excel, como se ve en la Figura 8.

Luego se dio la noción de histograma y se enseñó a los alumnos a que ellos mismos confeccionaran el histograma (Figura 6), además, vieron las diferencias de agrupar los datos de diversas formas.

Se explicaron también la marca de clase, las frecuencias absolutas y relativas (y las acumuladas también), la desviación de un dato, la desviación absoluta media y la media usando la marca de clase. Se invitó a los estudiantes a deducir el motivo por el que la media muestral era un valor distinto a la media usando la marca de clase. Nuevamente, se calcularon en Excel los estadísticos mencionados anteriormente, como se muestra en la Figura 7.

BARSA LASSA			Media equipo
Player	Pos.	H.	2,02529412
SERAPHIN, KEVIN	C	2,08	
PANGOS, KEVIN	G	1,88	
RIBAS, PAU	G	1,94	
SINGLETON, CHRIS	F	2,06	
HANGA, ADAM	F	2,01	
BLAZIC, JAKA	F	1,96	
CSKA			Media equipo
Player	Pos.	H.	1,98611111
DE COLO, NANDO	G	1,96	
BOLOMBOY, JOEL	F	2,04	
KHOMENKO, ALEXANDER	G	1,92	
PETERS, ALEC	F	2,06	
UKHOV, IVAN	G	1,93	
GAVRILOV, ALEXANDER	G	1,95	
REAL MADRID			Media equipo
Player	Pos.	H.	1,9975000
CAUSEUR, FABIEN	F	1,95	
RANDOLPH, ANTHONY	F	2,11	
FERNANDEZ, RUDY	F	1,96	
CAMPAZZO, FACUNDO	G	1,80	
REYES, FELIPE	F	2,03	
AYON, GUSTAVO	C	2,08	

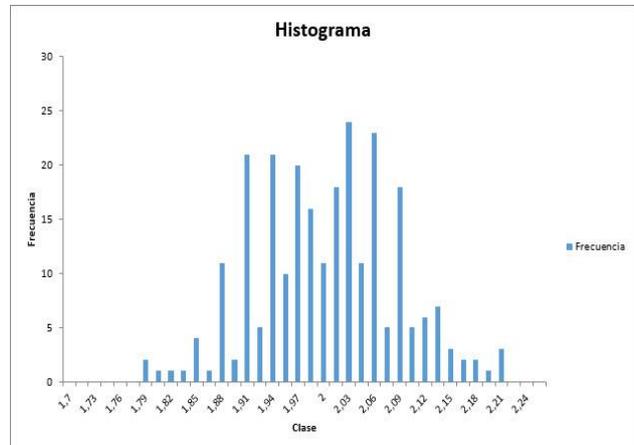


Figura 6

Figura 5

Clase	Frecuencia	Marca de clase (xi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Desviación de un dato $ x_i - \bar{x} $	Desviación absoluta media	$(x_i) \cdot (f_i)$
1,7	0	1,7075	0,00%	0	0,00%	0,29112745	0	0
1,715	0	1,7225	0,00%	0	0,00%	0,27612745	0	0
1,73	0	1,7375	0,00%	0	0,00%	0,26112745	0	0
1,745	0	1,7525	0,00%	0	0,00%	0,24612745	0	0
1,76	0	1,7675	0,00%	0	0,00%	0,23112745	0	0
1,775	0	1,7825	0,00%	0	0,00%	0,21612745	0	0
1,79	2	1,7975	0,78%	2	0,78%	0,20112745	0,00157747	3,595
1,805	1	1,8125	0,39%	3	1,18%	0,18612745	0,00072991	1,8125
1,82	1	1,8275	0,39%	4	1,57%	0,17112745	0,00067109	1,8275
1,835	1	1,8425	0,39%	5	1,96%	0,15612745	0,00061226	1,8425

Figura 7

Media	2,00
Mediana	2,01
Moda	2,01
Min	1,78
Q1	1,93
Q2=Mediana	2,01
Q3	2,06
Max	2,21
Rango	0,43
RIC	0,13
Varianza	0,006655
Desvianza típica	0,0815781

Figura 8

Para nosotros es un objetivo importante que los alumnos comprendan para qué sirve cada estadístico estudiado y qué información aporta. Es necesario que reflexionen acerca de la información que tenemos con los datos proporcionados y qué estadísticos son útiles en cada situación.

### Sesión 3

Se les presentaron a los estudiantes un conjunto de datos con las calificaciones de 70 estudiantes de una asignatura, como se muestra en la Figura 9. Se les enseñó a ordenar los datos de menor a mayor (Figura 10), que era necesario para elaborar el histograma.

En la sesión anterior se había ido guiando bastante a los estudiantes en el desarrollo de la práctica de los jugadores de baloncesto, pero en esta se les dejó total libertad y se les invitó a que fueran ellos solos los que realizaran la práctica. La actividad era muy parecida a la de la sesión anterior, los estudiantes fueron calculando diversos estadísticos con sus respectivas fórmulas y las funciones de Excel, como se ve en la Figura 13.

Se elaboraron dos histogramas distintos agrupando los datos de dos formas distintas (Figura 11 y 12)

Los estudiantes calcularon los mismos estadísticos que en la sesión anterior para afianzar los conceptos y reforzar algunas nociones.

alumno15	0
alumno16	0
alumno17	1
alumno18	2
alumno19	1
alumno20	1
alumno21	1
alumno22	0
alumno23	0
alumno24	10
alumno25	0
alumno26	10
alumno27	9
alumno28	0
alumno29	0
alumno30	10
alumno31	0
alumno32	0
alumno33	0
alumno34	9
alumno35	9
alumno36	9
alumno37	10
alumno38	0
alumno39	0

Figura 9

28	1
29	1
30	1
31	1
32	1
33	1
34	1
35	1
36	2
37	2
38	2
39	9
40	9
41	9
42	9
43	9
44	9
45	9
46	9
47	9
48	9
49	9
50	9
51	9
52	9
53	9
54	9
55	10
56	10

Figura 10

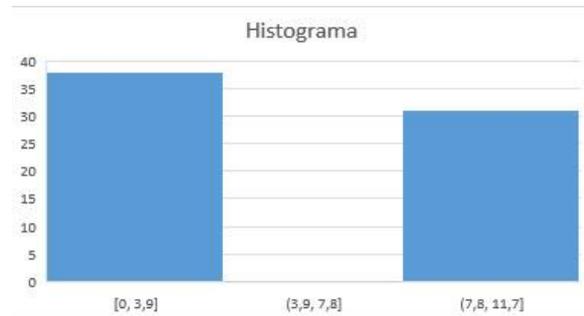


Figura 11

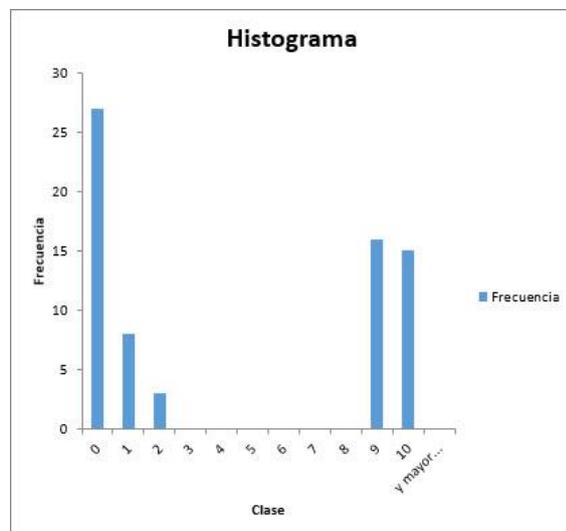


Figura 12

Intervalos	Clase	Frecuencia	Marca de clase	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	a relativa acumulada (Hi)	Desviación de un dato $ x_i - \bar{x} $	Desviación absoluta media	$(xi) \cdot (fi)$	Media con marca de clases
0	0	27	0,5	39,13%	27	39,13%	4,463768	1,746632	13,5	4,855072
1	1	8	1,5	11,53%	35	50,72%	3,463768	0,401596	12	
2	2	3	2,5	4,35%	38	55,07%	2,463768	0,10712	7,5	
3	3	0	3,5	0,00%	38	55,07%	1,463768	0	0	
4	4	0	4,5	0,00%	38	55,07%	0,463768	0	0	
5	5	0	5,5	0,00%	38	55,07%	0,536232	0	0	
6	6	0	6,5	0,00%	38	55,07%	1,536232	0	0	
7	7	0	7,5	0,00%	38	55,07%	2,536232	0	0	
8	8	0	8,5	0,00%	38	55,07%	3,536232	0	0	
9	9	16	9,5	23,19%	54	78,26%	4,536232	1,05188	152	
10	10	15	10	21,74%	69	100,00%	5,536232	1,203529	150	

Figura 13

Se enfatizó bastante en que los estudiantes obtuvieran conclusiones a partir de los resultados de los estadísticos calculados, por lo que se les solicitó un breve comentario con las conclusiones que habían extraído.

Además, en la práctica realizada la media no contaba con ninguna observación cercana a ella, hecho que se aprovechó para indicar que la media no necesita tener ninguna observación.

## Sesión 4

Durante las tres próximas sesiones se trabajarán los conceptos propios de la Unidad Didáctica de Estadística Bidimensional.

En la siguiente actividad se exhibieron distintos conjuntos de datos bidimensionales (Figura 14), sobre los que el estudiante debía calcular la covarianza y el coeficiente de correlación a través de su fórmula y de la función de Excel (Figura 15). Posteriormente, se representaron las nubes de puntos y se estudiaron los conceptos de covarianza y correlación.

X	Y			
1	2	-4,5	-9	40,5
2	4	-3,5	-7	24,5
3	6	-2,5	-5	12,5
4	8	-1,5	-3	4,5
5	10	-0,5	-1	0,5
6	12	0,5	1	0,5
7	14	1,5	3	4,5
8	16	2,5	5	12,5
9	18	3,5	7	24,5
10	20	4,5	9	40,5
				16,5
5,5	11			

Figura 14

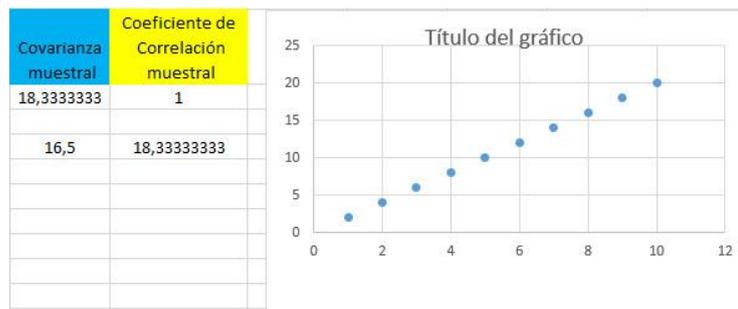


Figura 15

Se exhibieron distintos conjuntos de datos (Figura 16, 17 y 18) en los que se obtenían distintos valores de la covarianza y la correlación, los cuales permitían ilustrar diversas nociones al respecto.

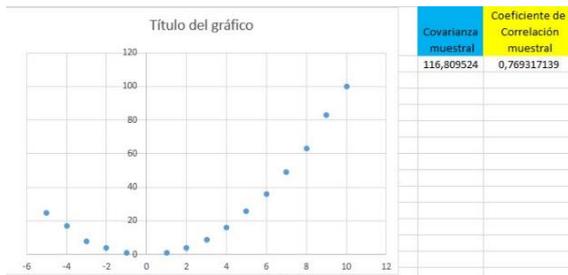


Figura 16

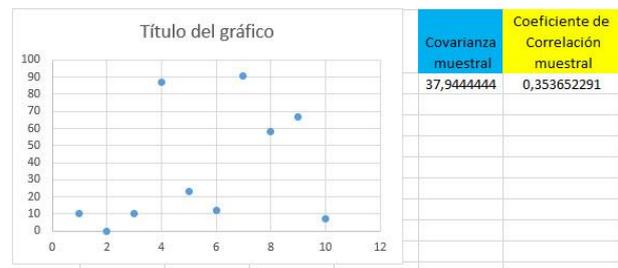


Figura 17

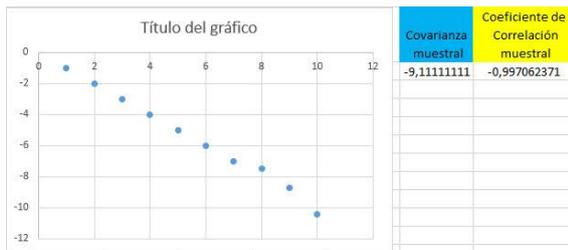


Figura 18

Para insistir en la interpretación de la incorrelación se visualizó un vídeo de 30 segundos de duración, cuyo enlace es [V2]. Algunas de las imágenes reproducidas en el vídeo son: Figura 19, 20 y 21.

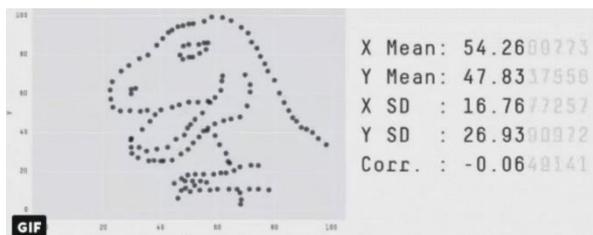


Figura 19

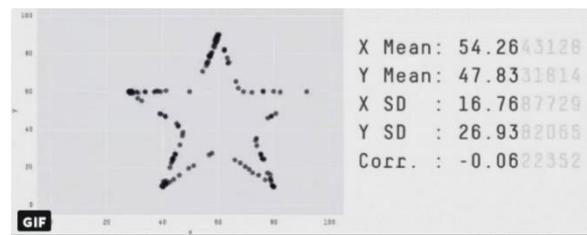


Figura 20

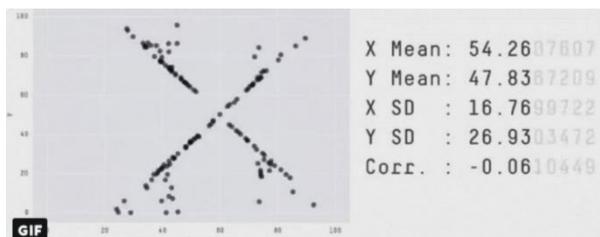


Figura 21

## Sesión 5

Se discuten las diferencias entre las nociones de causalidad y de alta correlación. Se eligieron dos imágenes (Figura 22 y Figura 23) para ilustrar dicho concepto, las cuales se han obtenido de la página web [W1].

En la Figura 22 se muestra la supuesta relación que hay entre la tasa de divorcios en el estado de Maine y el consumo per cápita de margarina en Estados Unidos. A pesar de que el coeficiente de correlación es muy próximo a 1, lógicamente, estas variables no tienen relación alguna. Esta figura ilustra con un ejemplo divertido (que recordemos, es uno de los objetivos del trabajo) el concepto de la relación entre la causalidad y la alta correlación.

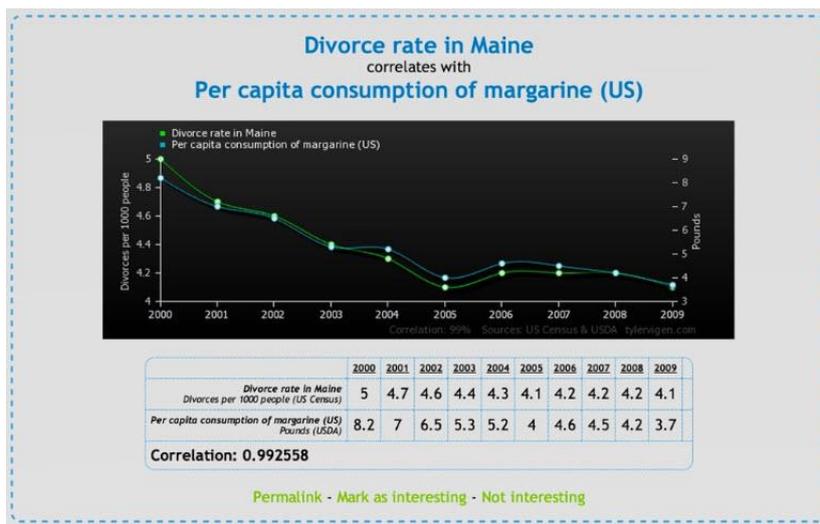


Figura 22

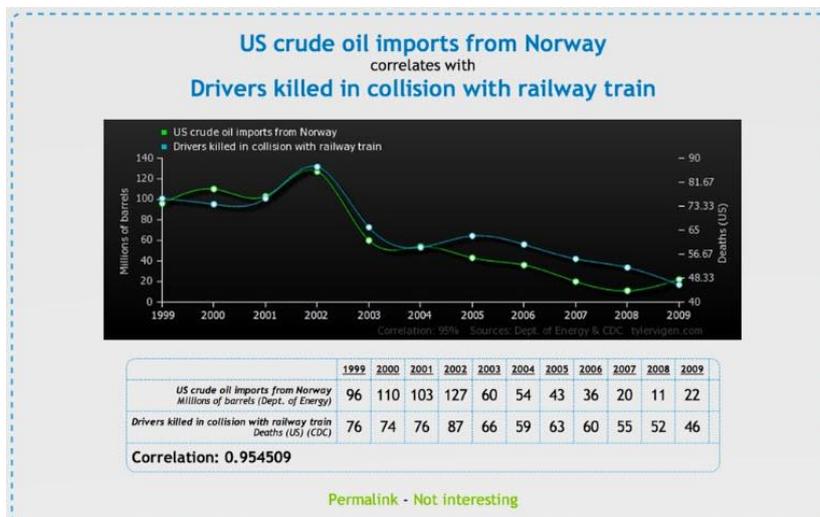


Figura 23

A continuación, se introduce el concepto de la recta de regresión. Se presentan las fórmulas y se exhibe un conjunto de datos de 1024 observaciones generadas aleatoriamente (con unas restricciones), sobre los que los estudiantes construirán la recta de regresión calculando los diversos parámetros con las fórmulas y las funciones de Excel (Figura 24). La Figura 25 sirve como ilustración de buen ajuste.

	X	Y			
dato1	-0,19214064	0,767616334	alpha	0	sigma
dato2	0,46682454	-0,32950651	beta	-1	
dato3	-0,8905019	1,291333884			
dato4	-0,95829412	0,623830875		-0,97	Coef. Correl
dato5	0,93155539	-1,28068731			
dato6	-0,85763767	1,091659405	a	0,00850977	
dato7	0,93980917	-1,0880474	b	-1,00486501	
dato8	2,17359472	-2,50264883			
dato9	0,8028209	-1,34026188	R^2	0,93890771	

Figura 24

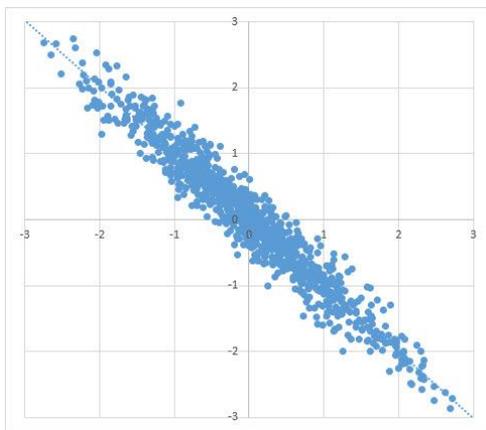


Figura 25

## Sesión 6

Iniciamos la sesión con otro ejemplo parecido al anterior, pero con distintos datos, los estudiantes completan por su cuenta la plantilla propuesta y deducen de los resultados obtenidos (Figura 26), que la recta de regresión calculada tiene un mal ajuste de la nube de puntos (Figura 27).

	X	Y			
dato1	0,07148847	-0,4107233	alpha	0	sigma
dato2	-1,06887013	-1,49184885	beta	-1	
dato3	-0,43061987	-0,17520921			
dato4	0,67436973	-0,66299463	0,00	Coef. correl	
dato5	-0,48452329	-0,19076449			
dato6	0,10104572	-0,19452777	a	-1,01992737	
dato7	0,89756622	-0,47439167	b	-0,00034304	
dato8	-0,68598561	-0,3827343			
dato9	0,75893436	-0,51090918	R^2	5,8325E-08	

Figura 26

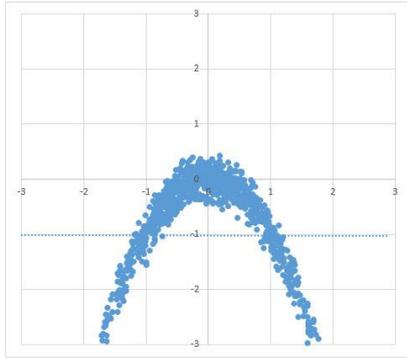


Figura 27

Finalmente, la última actividad propuesta en el taller consiste en la exhibición de un ejercicio atractivo, del uso de la recta de regresión para la extrapolación. En él, se tienen los datos de los distintos récords de velocidad de 100 metros lisos desde el año 1912 hasta la actualidad. Se calcula la recta de regresión de dichos datos para tratar de predecir cuándo y cuánto volverá a bajar el récord (Figura 29). Después se elimina del conjunto de datos el último récord del mundo, es decir, el que estableció Usain Bolt en agosto de 2009 (Figura 30) y se vuelve a calcular la recta de regresión (Figura 31) sobre el nuevo conjunto de datos.

jul-12	10,6
abr-21	10,4
ago-30	10,3
jun-36	10,2
ago-56	10,1
jun-60	10
oct-68	9,95
jul-83	9,93
sep-88	9,92
jun-91	9,9
ago-91	9,86
jul-94	9,85
jul-96	9,84
jun-99	9,79
jun-05	9,77
sep-07	9,74
ago-08	9,69
ago-09	9,58

Figura 28

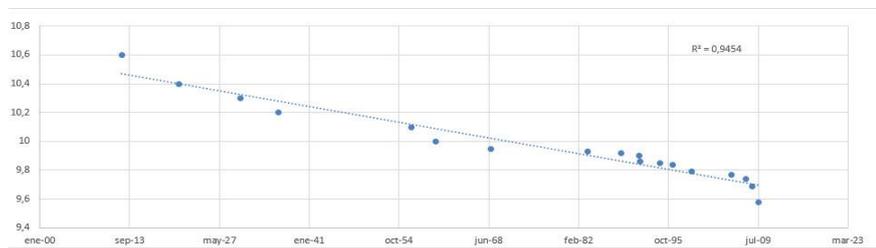


Figura 29

jul-12	10,6
abr-21	10,4
ago-30	10,3
jun-36	10,2
ago-56	10,1
jun-60	10
oct-68	9,95
jul-83	9,93
sep-88	9,92
jun-91	9,9
ago-91	9,86
jul-94	9,85
jul-96	9,84
jun-99	9,79
jun-05	9,77
sep-07	9,74
ago-08	9,69
Sin Bolt	

Figura 30

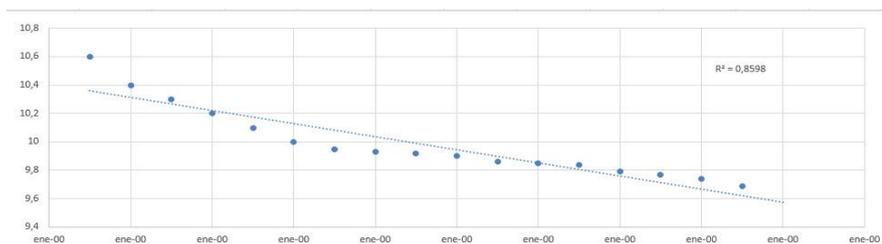


Figura 31

Se puede observar cómo el récord de Usain Bolt estaba predicho que ocurriera muchos años después de 2009 (Figura 31), por lo que fue un gran hito. Además, el récord modifica la pendiente de la recta de regresión sustancialmente (Figura 29).

## 5. Propuesta didáctica 2

La propuesta didáctica que presentamos a continuación es un *Taller Freestyle de las Matemáticas*, dicho nombre se debe a que es un taller y a que se ha seguido un estilo libre para su diseño y para la selección de los contenidos matemáticos a impartir, puesto que la actividad es independiente del currículo.

Para el desarrollo de la actividad, el docente se basa en una presentación con diversas diapositivas a exponer a los estudiantes, con los que fomentará un constante diálogo preguntándoles su opinión o conocimientos relativos a la problemática planteada.

La explicación detallada de los objetivos y metodología didáctica del taller impartida se ha explicado con detenimiento en el Capítulo 2 del presente trabajo.

En la sección 1.1. se explicó detalladamente el funcionamiento del taller.

A su vez, en el apartado 3.5. se desarrollaron con detenimiento las distintas adaptaciones del taller al grupo en el que se impartió y las posibles aplicaciones de las actividades lúdicas del taller en sesiones de distinto tipo.

Por lo que, en esta sección nos centraremos en el desarrollo concreto de las actividades diseñadas. Primero veremos la estructura del taller (número de alumnos esperado, recursos necesarios, número de sesiones, etc.), después se expondrá su contenido, y posteriormente se explicará detalladamente el guion de cada sesión.

### 5.1. Estructura del taller

El taller consta de tres sesiones de cincuenta minutos de duración cada una, las cuales se impartieron durante tres miércoles alternos.

El motivo principal es que era el número de clases que disponíamos a impartir en el Centro en prácticas. Además, al tratarse contenidos fuera del currículo, no podemos programar una gran cantidad de sesiones de esta índole, puesto que el docente tiene que cumplir con los contenidos imbricados en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa.

En el Capítulo 6 se comenta una posible continuación del trabajo.

El taller se impartió en el aula del grupo, que contaba con un proyector conectado al ordenador del profesor del cual ayudarse para desarrollar las distintas sesiones proyectando las diapositivas de la presentación generada.

La actividad está pensada para desarrollarse en una clase de entre 25-30 alumnos. Aunque también puede desarrollarse en un grupo de menos estudiantes.

## 5.2. Contenido del taller

Los contenidos matemáticos impartidos en el Taller de Freestyle de las Matemáticas son los siguientes:

### 1) Capítulo 1. “Freestyle de las Mates”.

- Un episodio curioso de la Historia de las matemáticas: la cúbica.
- El contexto histórico.
- Los protagonistas.
  - Scipione del Ferro.
  - Antonio Maria Del Fiore.
  - Tartaglia.
  - Cardano.
  - Ludovico Ferrari.

### 2) Capítulo 2. “Magnitudes”.

- Distancias.
  - ¿Qué es un metro?
  - Estimar distancias.
  - Geodésicas.
  - Curiosidades: Braquistócrona, medir longitudes.
- Midiendo áreas.
  - Unidades.
  - Problema parking Wanda Metropolitano.
  - Países pequeños y grandes.
  - Mapamundi: “deformaciones”, anécdotas.
- Irracionales famosos.
  - $\pi$  : Curiosidades, historia, la Aguja de Buffon.
  - $\sqrt{2}$  (demostración irracionalidad), los pitagóricos.
  - La identidad de Euler.
  - $\varphi$ : El número áureo.

### 3) Capítulo 3. “Dinero”.

- Escalas.
- Grandes cantidades de dinero.
- Referencias.

Tanto para estimar distancias como para comparar la superficie de los distintos países, se tomaron referencias cercanas al Centro para que les resultaran familiares a los estudiantes.

Como hemos comentado con anterioridad, nos parece que los contenidos impartidos son útiles para la formación del ciudadano medio. Consideramos que es importante que los estudiantes sean capaces de manejar distintas magnitudes relativas a distancias, áreas y dinero. Para lograrlo, nos basamos en referencias de su entorno cercano.

### 5.3. Guiones de las prácticas

Las tres sesiones estaban guiadas por una presentación en PowerPoint que contaba con 89 transparencias. A continuación, exhibimos unos guiones completos con todos los contenidos de las sesiones desarrolladas. Hemos seleccionado once diapositivas a ilustrar para dar una idea de su desarrollo.

#### Sesión 1

##### Capítulo 1. "Freestyle de las Mates".

La sesión comienza con la diapositiva de la Figura 32, y se les pregunta a los estudiantes si saben qué es el Freestyle. Acto seguido, se pasa una nueva diapositiva que lleva a la reproducción de un vídeo [V3]. Dicho vídeo es una *batalla de gallos de Rap* entre dos famosos raperos españoles, en una prueba de *Freestyle* de dicho género musical, la duración de dicho vídeo es de tres minutos.



Figura 32. Diapositiva número 1 de la presentación.

Sabemos que los alumnos de esta edad tienen este tipo de gustos. Claramente, el objetivo de esta primera ilustración es “enganchar” desde el primer momento a todos los alumnos y conectar con ellos. Permitiendo que se genere un buen ambiente en la clase, del cual nos aprovecharemos para desarrollar el resto del taller.

Posteriormente, relacionaremos las *batallas de rap* que suelen seguir la mayoría de los estudiantes poniéndolo en paralelo con los famosos enfrentamientos entre varios matemáticos italianos durante el S.XVI, haciendo una comparación con los duelos en la plaza pública de las ciudades en las que se resolvían distintos retos matemáticos.

También se exponen diversos conceptos de aspecto cultural, como son las universidades europeas más “antiguas” y algunas de sus tradiciones, además del contexto histórico en el que se enmarca la historia y la situación política de la Italia del S.XVI.

Posteriormente, se presentan a los cinco matemáticos (Scipione del Ferro, Antonio Maria Del Fiore, Tartaglia, Cardano, Ludovico Ferrari) involucrados en la disputa por la resolución de la ecuación cúbica, cuya historia se narra seguidamente. Una de las diapositivas en las que nos apoyamos para relatar la historia es la Figura 33.

**Ecuaciones cúbicas**

$$a \cdot x^3 + cx = d$$

El bueno:  
Scipione del Ferro

El feo:  
Tartaglia

El malo:  
Cardano y Ferrari

The map shows the Italian peninsula and surrounding regions in the 16th century. It includes labels for various states like the Republic of Venice, the Republic of Florence, and the Kingdom of Naples. A legend at the bottom left identifies territories of Charles V and the Holy Roman Empire. A central legend lists 15 locations with numbers 1 through 15. Blue arrows point from the names 'Tartaglia', 'Cardano', 'Ferrari', and 'Scipione del Ferro' in colored boxes to specific locations on the map.

Figura 33. Diapositiva número 6 de la presentación.

## Capítulo 2. “Magnitudes”.

Este capítulo se divide en tres secciones. En la primera sección se reflexiona sobre la noción de distancia. Para que los alumnos tengan unas referencias claras se va recorriendo una escala de distancias desde lo pequeño hasta lo grande utilizando unos patrones cercanos a su entorno.

**2.1. Distancias.** Comenzamos con la escala del metro. En la primera diapositiva del capítulo aparece una foto de la baldosa cuadrada del aula junto a una regla en la que se mide su lado y con la siguiente pregunta: “¿Qué es un metro?”, pregunta que se hace a diversos alumnos con el fin de saber cuál es su referencia para medir un metro y ver si es correcta.

Durante la primera sesión se empleó como material un metro de costura, una cinta métrica (flexómetro) y un medidor láser. Se solicitaron tres voluntarios para que cada uno midiera un metro con cada instrumento en distintas partes de su clase, como la altura del pomo de la puerta, la distancia entre las ventanas o varias baldosas, fomentando la participación activa de los estudiantes en el taller.

Posteriormente, se ilustran algunas de las definiciones que ha tenido el metro a lo largo de la historia. La siguiente serie de diapositivas relaciona la distancia de la barrera en el lanzamiento de una falta en un partido de fútbol con los pasos que tiene que dar el árbitro para colocar la barrera a la distancia correcta. Después, se exponen las imágenes de la altura de distintos árbitros haciendo referencia a la cantidad de pasos que deben dar en relación a su altura.

A continuación, para estudiar la escala del kilómetro, se proyectan una serie de diapositivas en las que se estiman diversas distancias. En la Figura 34 se calcula la distancia que hay entre el centro y el parque de la Quinta de los Molinos, que se ubica cerca del instituto y por él pasan muchos estudiantes en su día a día. De esta manera comenzamos el apartado con referencias de su vida cotidiana.



Figura 34. Diapositiva número 21 de la presentación.

## Sesión 2

Se inicia la sesión retomando el tema de las distancias entre ciudades y países, se ilustran más distancias en la escala del kilómetro a nivel local, nacional e internacional.

A continuación, se reflexiona sobre las diferencias de la distancia en el plano y la distancia en la esfera. En esta sesión se utilizó como material un globo terráqueo, el cual sirvió de apoyo para explicar el concepto de geodésicas y apoyar distintas diapositivas, como la Figura 35, en las que se mostraban diversos ejemplos.

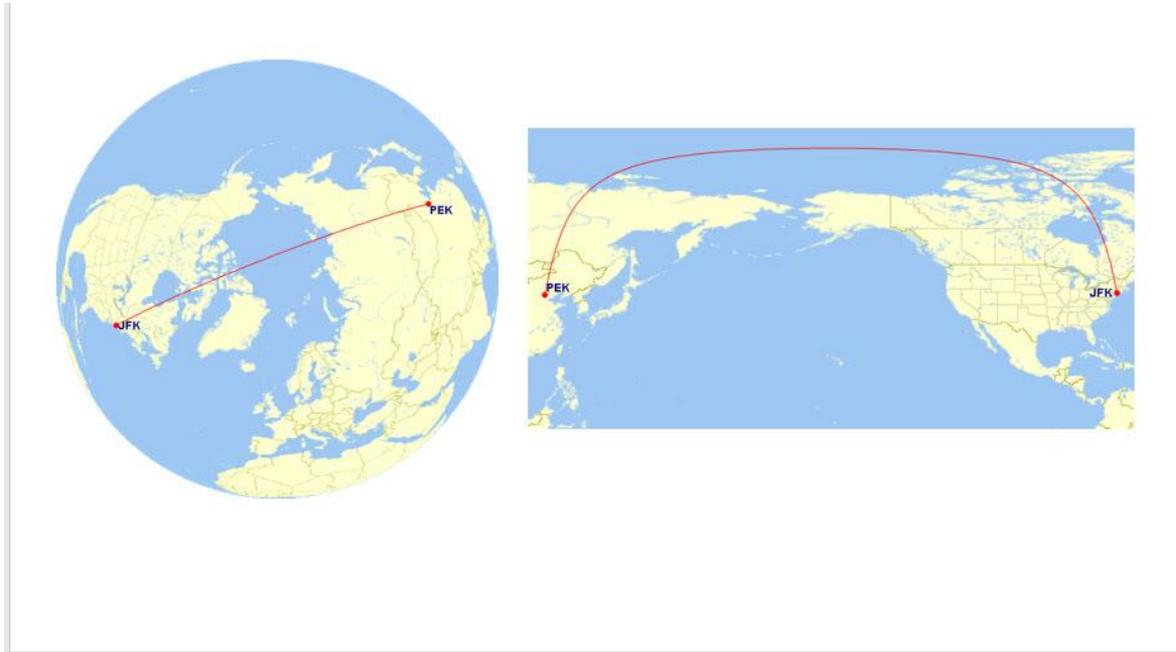


Figura 35. Diapositiva número 34 de la presentación.

Para finalizar la sección, se explican algunas curiosidades y nociones de diverso interés, como la braquistócrona, o curva del descenso más rápido, que es la curva entre dos puntos que es recorrida en menor tiempo.

**2.2. Midiendo áreas.** Posteriormente, se inicia la actividad titulada “*Midiendo áreas*”, en la cual se estudian las distintas unidades utilizadas, recorriendo una escala creciente de áreas, empleando referencias cotidianas al alumno, como se ilustra en la Figura 36.

Se relacionan, primero, la escala del  $m^2$  con las baldosas de la clase, segundo, el área ( $100 m^2$ ) con el área de una casa “estándar” en España, y, por último, la hectárea ( $10.000 m^2$ ) con un campo de fútbol, proyectando diversas diapositivas con los estadios de fútbol más clásicos del país y sus dimensiones. Aprovechamos estas diapositivas para realizar con los alumnos algunos cálculos aproximados.

## 2. Midiendo áreas

### 2.1. Unidades

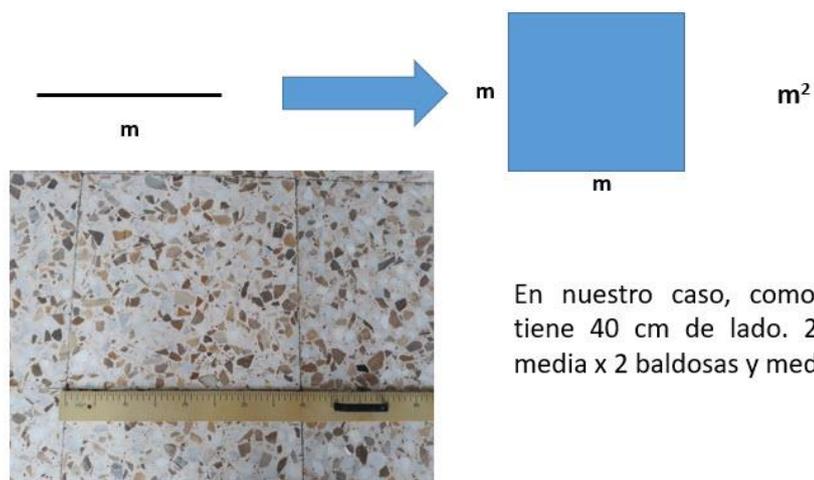


Figura 36. Diapositiva número 41 de la presentación.

Aprovechando el concepto de hectárea explicado anteriormente, planteamos un problema real y de interés para los estudiantes, debido a la cercanía del centro con el estadio Wanda Metropolitano, como observamos en la Figura 37. Muchos de los estudiantes tienen que convivir con los problemas de aparcamiento durante los días de partido, por lo que decidimos que era ideal trabajar este problema en la sección de áreas.

### 2.2. ¿Cómo podemos aparcар todos los coches de los aficionados del Wanda Metropolitano?

Teniendo en cuenta que tiene capacidad para 67.829 personas, echemos cuentas...

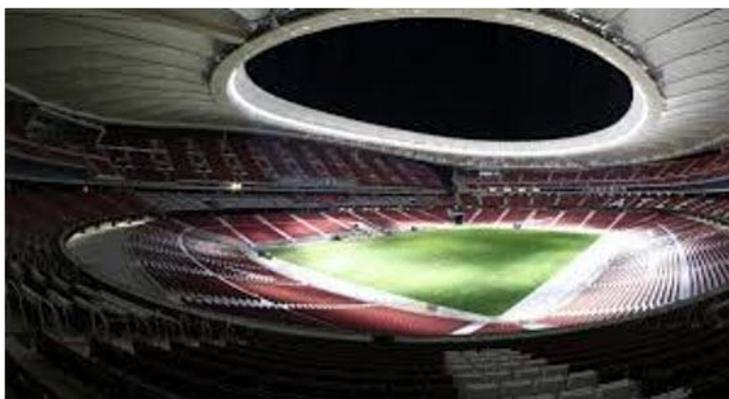


Figura 37. Diapositiva número 48 de la presentación.

Primero tomamos unas referencias con los alumnos para estimar diversas medidas, como se observa en la Figura 38. Luego, realizamos con los estudiantes los cálculos necesarios para concluir que son necesarias 30 hectáreas de parking para acoger a todos los coches que asisten al estadio, cuando actualmente, el recinto cuenta con 5 hectáreas destinadas a dicho propósito.

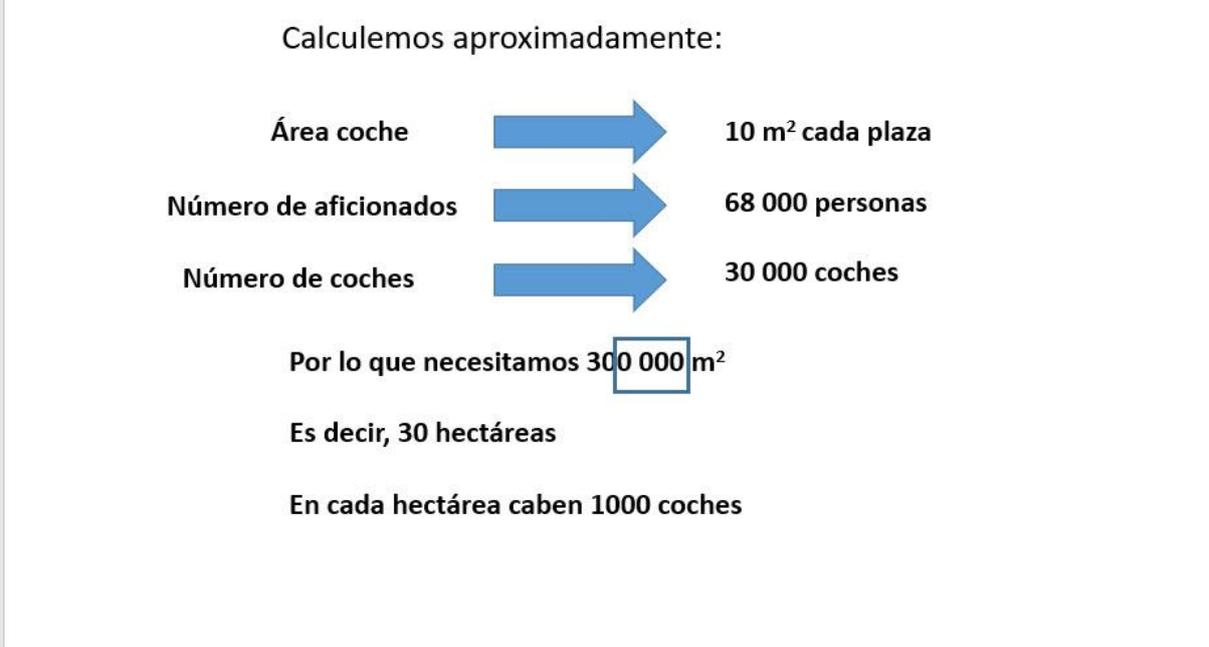


Figura 38. Diapositiva número 49 de la presentación.

En este momento, se invita a varios estudiantes a que salgan a la pizarra y propongan diversas soluciones. En la Figura 39 ilustramos una posible solución, construyendo nuevos recintos destinados a resolver el problema de aparcamiento en las cercanías del estadio.

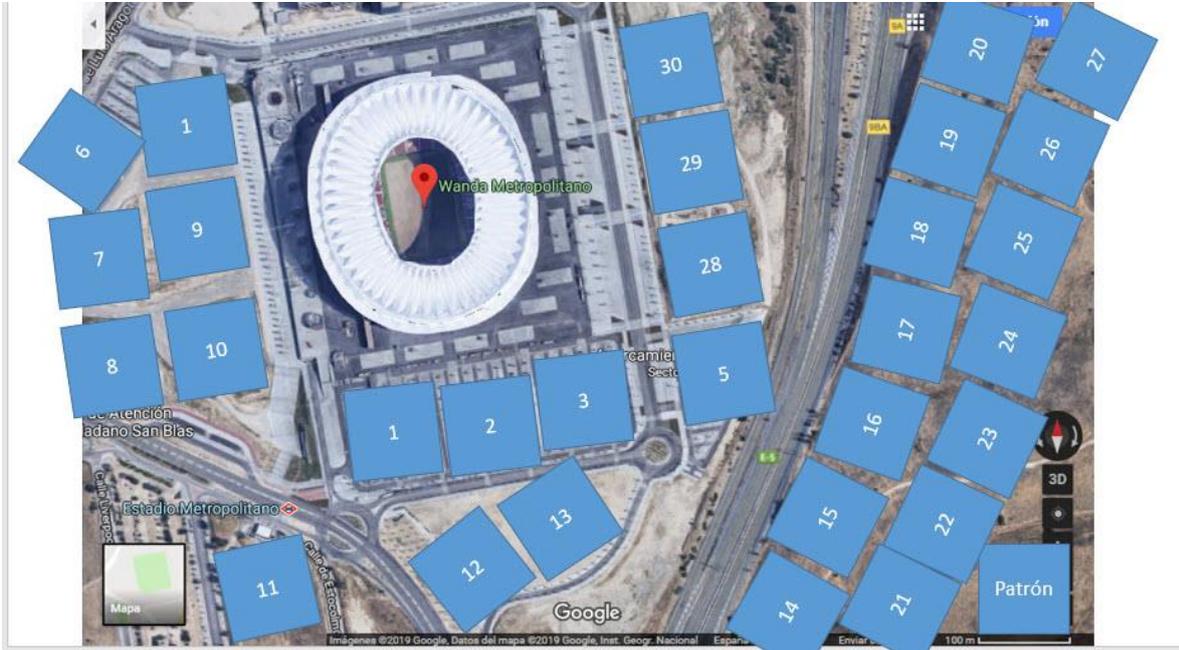


Figura 39. Diapositiva número 51 de la presentación.

A continuación, comenzamos una nueva sección, titulada “Países grandes y pequeños”. En ella, trabajamos la escala del  $\text{km}^2$  tomando distintas referencias cercanas al centro relacionándolas con su área, como son:

Quinta de los Molinos: 25 ha =  $0,25 \text{ km}^2$

Canillejas: 2000 ha =  $20 \text{ km}^2$

El Retiro: 118 ha =  $1,18 \text{ km}^2$

Casa de Campo: 1700 ha =  $17 \text{ km}^2$

Las cuales se emplean para compararlas con la extensión de países como Mónaco ( $2 \text{ km}^2$ ), El Vaticano ( $0,44 \text{ km}^2$ ), España ( $505.370 \text{ km}^2$ ), Rusia ( $17.075.200 \text{ km}^2$ ), etc.

Se inicia una reflexión sobre la distorsión del área al dibujar la esfera en el plano.

Posteriormente, se proyecta el mapamundi de la Figura 40 y se les indica a los estudiantes que enumeren en una hoja los siete países que consideran que tienen mayor extensión. Después, se les muestra la solución.

En las siguientes diapositivas se muestran las comparaciones entre Groenlandia y la India, y la de Alaska y el resto de Estados Unidos, hablando de la deformación del mapa.

Se comenta cómo se hace un mapa y se menciona a Mercator.



**Figura 40.** Diapositiva número 59 de la presentación.

### Sesión 3

La sesión comenzó con la reproducción de un vídeo [V4] de dos minutos de duración que trataba sobre las deformaciones del mapamundi y comparaba la extensión de diversos países.

La clase continúa reflexionando sobre el área del círculo y la diagonal del cuadrado unidad. Esto da pie a la última sección del capítulo, que se titula "*Irracionales famosos*"

En ella se da la definición de número irracional y se presentan algunos de los irracionales más "*famosos*". Se reproducen unas diapositivas acerca de la historia del número  $\pi$  y algunas curiosidades, como el experimento de la aguja de Buffon.

Después, aprovechamos para hacer una pequeña demostración de la irracionalidad de  $\sqrt{2}$  y para hablar de los pitagóricos.

Se muestra la identidad de Euler a través de la diapositiva de la Figura 41. Luego, se introduce el número áureo  $\varphi$  y diversos contextos en los que aparece.



Figura 41. Diapositiva número 73 de la presentación.

### Capítulo 3. “Dinero”.

En la tercera parte de la sesión se pretende dar referencias para poner en contexto cifras (grandes) que pueden llegarles a los alumnos a través de los distintos medios de comunicación.

La escala de 1€, de los 100€ y de los 1000€ son conocidas por los estudiantes y se muestran ejemplos de su vida cotidiana como son las pagas o los sueldos.

Sobre la escala que va de los 100.000€ al millón de euros se emplea el precio de las casas. Pero a partir del millón de euros, los números son tan grandes que se escapan del uso cotidiano. Por lo que, como se ilustra en la Figura 42, se presentan referencias relativas a una temática que les genera interés a los estudiantes, como es el fútbol, o bien relativas a noticias que salen en los periódicos, o bien preguntas adicionales, como es el coste de construir un hospital o un kilómetro de carretera en España.

- 100 millones € → Hazard.
- 400 millones € → Nuevo Bernabéu.
- 1000 millones € → Presupuesto Barça.
  
- 5000 millones € → Subir 1% pensiones.
- 15.000 millones € → Ave Madrid – Barcelona (600km)
- 1.000.000 millones € → PIB de España.



#### **REFERENCIAS:**

- Construir un **Hospital** nuevo → 300 millones de €
- Crear un nuevo **Instituto** → 15 millones de €
  
- **Km de carretera** → 1.500 €
- **Km de AVE** → 25 millones de media y 40 en los nuevos tramos.  
Mientras que en Alemania y Francia son 15 millones, por los 33 de Italia.

**Figura 42.** Diapositiva número 84 de la presentación.

## 6. Reflexiones, evaluación y conclusiones

En este capítulo recogemos las reflexiones que hemos realizado tras la puesta en práctica en el Centro de las dos propuestas didácticas, seguidas de su evaluación y de las conclusiones extraídas.

### 6.1. Reflexiones

#### 6.1.1. Reflexiones generales

- Sobre el desarrollo de los talleres.

##### **Aspectos positivos:**

Tras desarrollar la primera actividad en dos grupos de 1º de Bachillerato, tanto en el grupo de Ciencias como en el de Ciencias Sociales, pudimos comprobar que seguir una metodología en la que se favorece la participación de los estudiantes y en la que se les invita a manipular a ellos mismos unas series de datos grandes y relativos a una temática que les genera interés, favorece el ambiente de trabajo del grupo. Lo cual genera un clima positivo de curiosidad por las actividades propuestas que convierte a los estudiantes en protagonistas de la clase.

La respuesta de los estudiantes al taller fue muy buena, ya que tomaron una actitud muy activa durante las sesiones, lo cual propició su buen funcionamiento.

Tras validar la segunda actividad, se pudo contrastar que impartir esporádicamente alguna sesión de carácter lúdico con conceptos interesantes, útiles y ajenos al currículo pueden servir como elemento motivacional para despertar el interés de los alumnos por la asignatura. Así mismo, este tipo de sesiones también pueden servir como premio debido a una buena dinámica de trabajo del grupo durante el curso.

Cabe destacar la gran aceptación que tuvieron los estudiantes desde la primera clase hacia el Taller de Freestyle de las Matemáticas y su alto nivel de participación, lo cual facilitó su desarrollo.

##### **Aspectos mejorables:**

Respecto al taller 1, evidentemente, el ritmo de este tipo de sesiones es más lento, puesto que surgen diversas dificultades y dudas computacionales a resolver en el taller. Además, como los estudiantes toman un papel protagonista, son ellos los que marcan el ritmo. Por lo que a la hora de programar las distintas sesiones hay que tener en cuenta que se empleará más tiempo del estimado inicialmente.

Me gustaría destacar la diferente motivación inicial mostrada en la primera sesión entre ambos grupos, puesto que el curso de Ciencias Sociales recibió como una noticia negati-

va que tuvieran que realizar actividades prácticas, acostumbrados a la clase magistral, mientras que el grupo de Ciencias acogió el taller con gran entusiasmo.

No obstante, durante el desarrollo del taller se consiguió cambiar la dinámica de trabajo del grupo de Ciencias Sociales, logrando motivar a una gran parte de los estudiantes.

➤ Sobre los objetivos conseguidos.

Durante la actividad conseguimos motivar y “enganchar” a los estudiantes a través de conceptos matemáticos cercanos a su entorno y de su interés, además de desarrollar en ellos un gusto y aprecio por las matemáticas, que eran los objetivos principales del taller.

Tras desarrollar la primera actividad en dos grupos de 1º de Bachillerato, tanto en el grupo de Ciencias como en el de Ciencias Sociales, se pudieron observar todos los aspectos positivos que produjo en ambos grupos su aplicación. Por un lado, los estudiantes al final del taller eran capaces de manejarse con soltura en las hojas de cálculo, el cual era uno de los objetivos principales del taller. Además, generamos un cierto interés y gusto por las matemáticas en general, y por la estadística en particular, que era otro de los objetivos perseguidos.

Por otro lado, hemos conseguido que los estudiantes aprendan matemáticas. Los del Taller 1, respecto del currículo de 1º de Bachillerato relativo a los bloques de Estadística Unidimensional y Estadística Bidimensional, y los del taller 2, respecto a conocimientos útiles y necesarios para el ciudadano.

La dinámica del taller permitió que surgieran acontecimientos que no estaban previstos:

### 6.1.2. Comentarios particulares sobre el Taller 1

Uno de los aspectos que más interés generó en los estudiantes fue la presentación de la manipulación estadística, que mostraba diversos ejemplos de medios de comunicación muy conocidos en los que se ponía de manifiesto la manipulación efectuada.

El conjunto de datos de las calificaciones de EvAU del curso 2017-2018 propició el interés de muchos estudiantes, ya que quisieron comparar las calificaciones del instituto con las de los centros de sus amigos.

### 6.1.3. Comentarios particulares sobre el Taller 2

Una pregunta interesante realizada por un alumno en la primera sesión fue: “¿Cómo es posible que el jurado de la batalla entre Fior y Tartaglia supiera que la solución de la ecuación cúbica era la correcta, si supuestamente solo los dos contrincantes sabían cómo resolverla?”

Esta pregunta me permitió explicarles el concepto de raíz de un polinomio, la cual anula (hace 0) al polinomio al sustituir la “x” por el valor de la raíz.

Este comentario me parece un buen ejemplo de cómo se compaginaron la transmisión de los contenidos matemáticos con el divertimento del taller propuesto.

Otra anécdota a destacar del taller es que al comenzar la primera sesión e iniciar la reproducción del vídeo de la “batalla de gallos de rap”, un estudiante que estaba sentado en la última fila se levantó y se cambió de sitio para quedarse en la primera fila durante el resto de la sesión y de las dos siguientes.

Este recurso empleado para conectar con los alumnos e involucrarles tiene que ver con las emociones y con presentarles contenidos matemáticos relacionándoselos con su entorno más cercano, en este caso, además con su ámbito de ocio y aficiones, que es el género musical del rap.

Fue una suerte y un éxito comenzar con estas diapositivas, ya que todos los estudiantes conocían a los dos raperos del vídeo, y sirvió para conectar desde el principio con toda la clase y para introducir contenidos matemáticos, como fue la disputa entre Tartaglia y Antonio Fior.

#### 6.1.4. Comentarios relacionando ambos talleres.

Evidentemente, en los dos talleres la participación de los estudiantes fue de distinto tipo, puesto que en el Taller 1 los alumnos participaron realizando todas las prácticas y manipulando los conjuntos de datos en el ordenador, mientras que en el Taller 2 la participación consistió en que los estudiantes intervinieran en la actividad, preguntaran dudas y manifestaran su opinión y conocimientos de los distintos contenidos trabajados.

Otro aspecto a tener en cuenta es que no se puede trabajar de la misma forma con alumnos de 13-14 años, como ocurrió en el Taller 2, que con estudiantes de 16-17 años, como sucedió en el Taller 1, ya que el estado de madurez es muy distinto.

## 6.2. Evaluación

Para evaluar las dos actividades, intentamos que los estudiantes manifestaran su valoración y opinión del taller a través de unas encuestas, las cuales se encuentran en el Anexo, que se pasaron durante los minutos finales de la última sesión de cada taller.

Además, en el *Taller de Estadística*, se les solicitaron a los alumnos que completaran algunas prácticas, que no eran de gran dificultad, y las entregaran. Dichas entregas eran la tabla de multiplicar, la práctica de las series de datos de los jugadores de baloncesto y la práctica correspondiente a las calificaciones de una asignatura.

Las calificaciones del taller se encuentran en el Anexo, los resultados son bastante positivos ya que la nota media de la clase es superior a la del resto del curso. Creemos que esto se debe a lo involucrados que estuvieron los estudiantes y a su actitud activa a lo largo de las sesiones.

El profesor de la asignatura decidió considerar dichas calificaciones como la nota del examen parcial de las unidades didácticas impartidas.

Los resultados de las encuestas se encuentran en el Anexo y los comentarios de los estudiantes se detallan a continuación:

Tras una lectura de los comentarios de las encuestas se percibe que algunos alumnos separan las matemáticas de las actividades desarrolladas en el Taller Freestyle de las Matemáticas. Para ellos, esta actividad no forma parte de las matemáticas, sino que son “cosas interesantes” que les gustan mucho, pero que no son matemáticas, puesto que no es lo que les entra en el examen.

Por otro lado, una gran parte de los alumnos sí que han visto esta relación y la han apreciado, como era nuestro objetivo inicial.

No obstante, el comentario de algunos alumnos que no veían esa relación me hace plantearme si para que entiendan esta relación con las matemáticas es necesario manejar un mayor formalismo matemático, que era una de las ideas a evitar inicialmente, puesto que se querían mostrar las matemáticas como algo atractivo, huyendo del formalismo, pero sin dejar de tener rigor matemático.

Quizás se les puede presentar algún modelo matemático interesante para facilitarles la relación con ellas. Pero no hay que olvidar que el objetivo principal del taller es el divertimento y generar un aprecio en los estudiantes por la asignatura, para lo cual es necesario impartir sesiones de carácter lúdico.

Además, otra serie de comentarios interesantes son que, en general, las pocas fórmulas que se exhibieron no fueron en casi ningún alumno una de las partes favoritas de la actividad (salvo alguna excepción).

Por lo que una reflexión de cara a impartir este taller en futuros cursos es como equilibrar el formalismo matemático para que todos los alumnos vean la relación de los contenidos con las matemáticas, pero manteniendo su atractivo.

Un aspecto positivo a destacar tras la lectura de las encuestas es que todos los estudiantes vieron las tres sesiones como un divertimento.

En las encuestas también aparecen reflejadas las diapositivas que más les gustaron a los estudiantes, las cuales son las del Freestyle, las del problema del Wanda, las relativas a las deformaciones del mapamundi y al dinero. Lo cual nos hace concluir que, presentar diversos contenidos matemáticos en relación a temas cercanos al entorno del estudiante facilita su proceso de aprendizaje.

Un comentario muy repetido en la encuesta del Taller 1 es la valoración positiva de haber desarrollado dos unidades didácticas de matemáticas mediante el uso del ordenador y el interés surgido por la Estadística y sus diversas aplicaciones.

### 6.3. Conclusiones

Nos gustaría agradecer a todos los profesores del Departamento de Matemáticas del I.E.S. Marqués de Suanzes que nos permitieran poner en práctica las actividades didácticas y el material docente generado para poder validarlo en sus clases.

Queremos destacar el disfrute personal que hemos sentido diseñando las actividades y llevándolas a la práctica en el Centro.

Nos parece que las propuestas didácticas pueden ser de utilidad, y de hecho tengo la intención de volver a ponerlas en práctica en mi futura actividad docente.

La respuesta de los alumnos en ambos talleres ha sido extraordinaria, ya que mostraron una actitud muy participativa que favoreció que pasáramos un rato agradable, lo cual fue gratificante. Creemos que han aprendido varios conceptos útiles de una manera divertida.

Como posibles mejoras del Taller 1, nos parece que habría sido bastante útil entregarle a cada pareja un guion de lo que se iba a hacer ese día, con unas breves explicaciones y las principales herramientas y funciones que se iban a utilizar. Creemos que ayuda a los alumnos a organizar las ideas claves de la clase, por lo que recomendamos generar un breve guion de cada sesión en futuras aplicaciones de esta propuesta didáctica. Además, sería conveniente contar con más sesiones para desarrollar el taller.

El Taller 2 ha funcionado muy bien, opinamos que se puede ampliar con más contenidos y diapositivas. Como posible adaptación a otros centros, habría que tener en cuenta el ingrediente del ámbito local para la selección de diversos ejemplos en otros entornos.

## Bibliografía

[1] ALCAIDE, F., HERNANDEZ, J., MORENO, M., SANZ, L., SERRANO, E. (2015) Libro de texto: *Matemáticas I para 1.º de Bachillerato*. Editorial: SM.

[2] ALCAIDE, F., HERNANDEZ, J., MORENO, M., SANZ, L., SERRANO, E. (2015) Libro de texto: *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I para 1.º de Bachillerato*. Editorial: SM.

[3] BOCM. (2015, 14 de mayo). *Decreto 48/2015, de 14 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria*.

[4] BOCM. (2015, 21 de mayo). *Decreto 52/2015, de 21 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo del Bachillerato*.

[5] BOE. (2014, 26 de diciembre). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*.

[6] FERRERO, L. (1991). *El juego y la matemática*. Editorial: La Muralla.

[7] GRANADOS, A., PORTILLA, A. Presentación “#STOPmanipulación #No+YoEsQueSoyDeLetras”, impartida en el segundo campamento matemático de verano UAMMAT el 4 de julio de 2018.

[8] GÓMEZ, I.M. (2000). *Matemática emocional*. Editorial: Narcea.

[9] PAULOS, J.A. (1998). *El hombre anumérico*. Editorial: Tusquets Editores.

[10] PAULOS, J.A. (2003). *Un matemático invierte en la bolsa*. Editorial: Tusquets Editores.

[11] PAULOS, J.A. (1996). *Un matemático lee el periódico*. Editorial: Tusquets Editores.

[12] PICKOVER, C.A. (2013). *El libro de las matemáticas*. Editorial: Librero.

A lo largo del TFM se han citado los siguientes vídeos, que se encuentran disponibles en las siguientes direcciones:

[V1] Vídeo relacionado con la indefensión aprendida hacia las matemáticas. (Autoría desconocida, 30 de octubre de 2010)

<https://www.youtube.com/watch?v=OtB6RTJVqPM>

[V2] Vídeo empleado en el *Taller de Estadística*. (Autoría: Petter Törnberg, 6 de marzo de 2019)

<https://twitter.com/pettertornberg/status/1103325248399818752?lang=es>

[V3] Vídeo empleado en el *Taller de Freestyle de las matemáticas* para reproducir la batalla de gallos. (Autoría: Urban Roosters, 26 de junio de 2017)

[https://www.youtube.com/watch?v=MerfEx\\_1Kg4](https://www.youtube.com/watch?v=MerfEx_1Kg4)

[V4] Vídeo empleado en el *Taller de Freestyle de las matemáticas* para reproducir las deformaciones del mapa. (Autoría: BuzzFeed, 10 de febrero de 2015)

[https://www.youtube.com/watch?v=KUF\\_Ckv8HbE](https://www.youtube.com/watch?v=KUF_Ckv8HbE)

[W1] Las imágenes del *Taller de Estadística* en las que se explica la relación entre la causalidad y la alta correlación están extraídas de:

<https://twentytwowords.com/funny-graphs-show-correlation-between-completely-unrelated-stats-9-pictures/>

## Anexo

### Encuesta del *Taller de Estadística*

**Ciencias**    **Ciencias Sociales**

<b>A lo largo del taller de Estadística:</b>	<b>Sí</b>		<b>Regular</b>		<b>No</b>	
¿El contenido del taller está adaptado a tu nivel de conocimiento?	19	8	7	4	0	0
¿Los contenidos te parecen interesantes?	21	9	5	3	0	0
¿Te ha parecido entretenido el taller?	17	10	9	2	0	0
¿Te ha gustado la dinámica del taller? (Participación, interacción con el profesor y los alumnos)	16	8	10	4	0	0
¿Te parece que el taller está relacionado con temas de la vida real?	19	12	7	0	0	0
¿Sientes que has aprendido cosas nuevas?	22	11	4	1	0	0
¿Te ha despertado interés por investigar por tu cuenta alguna de las cuestiones / técnicas planteadas?	16	9	9	3	1	0
Respecto a tu seguridad, respeto o indefensión hacia las matemáticas. ¿Te sientes ahora con más herramientas y / o confianza para abordar cuestiones matemáticas?	18	8	8	4	0	0
¿Ha aumentado tu interés por las Mates, en general?	14	5	7	6	5	1
¿Y por la Estadística, en particular?	21	9	4	3	1	0

- 1) ¿Qué parte es la que más te ha gustado y por qué?
  
- 2) ¿Qué parte es la que menos te ha gustado y por qué?
  
- 3) ¿Qué aspectos cambiarías en el desarrollo de las sesiones del taller con el objetivo de mejorarlas para tus compañeros el año que viene?
  
- 4) ¿Te habría gustado hacer más hincapié en algún aspecto o contenido a lo largo del taller?



### Calificaciones del *Taller de Estadística* del grupo de Ciencias

Alumno	Calificación	Alumno	Calificación
Alumno 1	<b>10</b>	Alumno 15	<b>7,7</b>
Alumno 2	<b>10</b>	Alumno 16	<b>7,1</b>
Alumno 3	<b>7,7</b>	Alumno 17	<b>8,2</b>
Alumno 4	<b>8</b>	Alumno 18	<b>8,2</b>
Alumno 5	<b>8,4</b>	Alumno 19	<b>8,7</b>
Alumno 6	<b>8,4</b>	Alumno 20	<b>8,1</b>
Alumno 7	<b>7</b>	Alumno 21	<b>8,8</b>
Alumno 8	<b>6,9</b>	Alumno 22	<b>8,8</b>
Alumno 9	<b>9,1</b>	Alumno 23	<b>7,1</b>
Alumno 10	<b>9</b>	Alumno 24	<b>7</b>
Alumno 11	<b>8,1</b>	Alumno 25	<b>7,9</b>
Alumno 12	<b>8,1</b>	Alumno 26	<b>7,9</b>
Alumno 13	<b>10</b>	Alumno 27	<b>6,5</b>
Alumno 14	<b>9,5</b>	Alumno 28	<b>6,5</b>

<b>Media</b>	<b>8,17</b>	<b>Desv. Típica</b>	<b>1,007</b>
--------------	-------------	---------------------	--------------

### Calificaciones del *Taller de Estadística* del grupo de CCSS

Alumno	Calificación	Alumno	Calificación
Alumno 1	8,96	Alumno 7	6,65
Alumno 2	8,71	Alumno 8	7,35
Alumno 3	6,20	Alumno 9	8,50
Alumno 4	7,80	Alumno 10	5,35
Alumno 5	7,65	Alumno 11	5,50
Alumno 6	9,41		

<b>Media</b>	<b>7,46</b>	<b>Desv. Típica</b>	<b>1,393</b>
--------------	-------------	---------------------	--------------