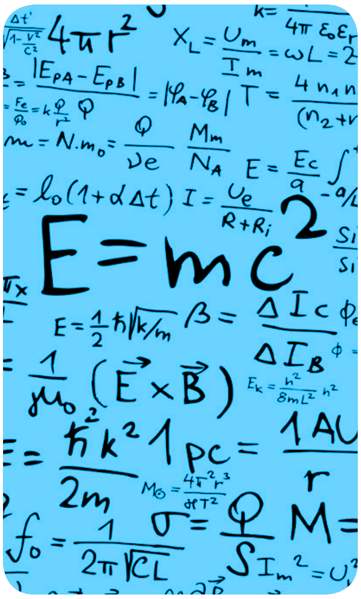


MÁSTERES de la UAM

Facultad de Formación de Profesorado y Educación /12-13

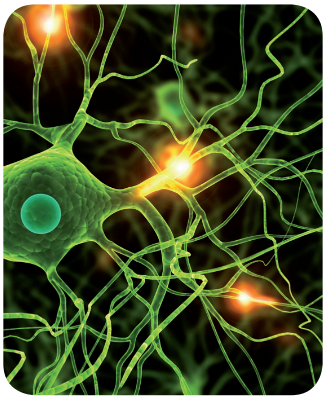
Máster en formación de profesorado de educación secundaria y bachillerato

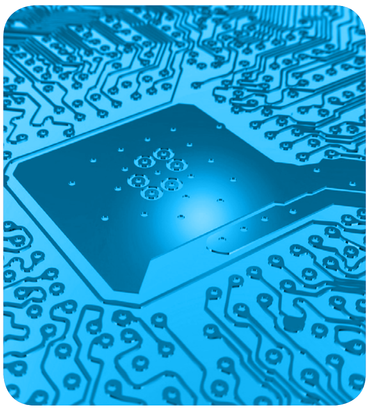
UAM
UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Campus Internacional excelencia UAM CSIC+

Matemáticas para un ámbito interdisciplinar: Estudio de Juan de Herrera como impulsor de la ciencia matemática en España

Constanza Temboury Redondo





UAM EDICIONES

INDICE

0. RESUMEN

El presente trabajo pretende aportar una investigación histórica sobre el papel como matemático de Juan de Herrera en la España del siglo XVI, para reflexionar sobre una época en el que la enseñanza era eminentemente interdisciplinar y sobre una persona que representó los valores humanísticos asociados con la práctica de la matemática. La constatación de la falta de formación geométrica y heurística de los alumnos, en el contexto educativo español actual, es la base para buscar en esta figura algunas aplicaciones didácticas que fomenten el aprendizaje por descubrimiento empírico y el desarrollo de un pensamiento deductivo. Mediante la recuperación de la enseñanza de la geometría, se tratará de guiar a los alumnos para resolver los problemas con una visión integral de la ciencia matemática.

0.1 Palabras clave:

Juan de Herrera, historia, matemáticas, interdisciplinar, geometría, didáctica

1. INTRODUCCIÓN

Preguntarnos qué es la matemática nos lleva a plantearnos qué es la ciencia en general y podemos establecer que toda ciencia tiene dos vertientes: la facilitación de la comprensión del mundo y la resolución de problemas para conseguir un fin. Es así, en su primera faceta, una herramienta de conocimiento del mundo, es una manera de “leer” la realidad pasada y presente. Para esto se requiere una cierta profundización en el conocimiento de la historia de la matemática y así poder relacionarla con nuestra cultura correctamente.

Según Miguel de Guzmán “*un cierto conocimiento de la historia de la matemática debería formar parte indispensable del bagaje de conocimientos del matemático en general, y del profesor de cualquier nivel […] en particular*” (Guzmán, 2007, p.30). Ello nos ayuda a comprender los sucesivos descubrimientos matemáticos, situándolos en su contexto histórico y en una cronología secuencial, así como a conocer a las personas que impulsaron la ciencia matemática desde sus diversas motivaciones. Parece imprescindible no olvidar en qué momento de la evolución de nuestra civilización se comenzaron a manejar ciertos conceptos y cuales resultaban completamente ajenos hasta muy recientemente.

El acercamiento histórico de la ciencia matemática es en la perspectiva filosófica de R.L. Wilder una manera de entender nuestra propia cultura. *“As a body of knowledge, mathematics is not something I know, you know, or any individual knows: It is a part of our culture, our collective possession. We may even forget, with the passing of time, some of our own individual contributions to it, but these may remain, despite our forgetfulness, in the culture stream.”([1])*

La matemática es de este modo algo que se relaciona forzosamente con otras disciplinas como parte de nuestra cultura. Si tomamos como ejemplo el desarrollo de la geometría proyectiva, la interacción de la matemática con la creación artística es evidente a lo largo de la historia. La matemática ha servido a la belleza, pero también constituye una fuente de belleza en sí misma. En este sentido la ciencia matemática es creativa y creadora. La validez universal e inmutable de la matemática como menciona Bertrand Russell, constituye una belleza en sí misma que hoy se tiende a olvidar pero que en la Grecia clásica y en el Renacimiento humanista se veneraba (Russell, 1919).

Por ello este trabajo pretende profundizar a través del estudio de la figura de Juan de Herrera, en la ciencia matemática de una época humanista en la que estos valores de empirismo, de creatividad, de goce estético y de interdisciplinariedad eran comunes. Nos acercaremos así a los orígenes de la ciencia matemática en España, lo cual nos ayudará a contextualizar su posterior desarrollo y consecuencias. Hoy en día, en el que el proceso educativo parece habernos convertido, en aras de una mayor productividad, en lo que Ortega llamaba “bárbaros especialistas”, parece más necesario que nunca reestudiar los científicos del Renacimiento. Como explica J. Javier Etayo, “*el matemático renacentista, que por regla general no era sólo matemático, establece una simbiosis entre experimentación y razonamiento que de algún modo es como si diese paso a la matemática aplicada*” (Etayo, 1995, p.45).

---

[1] R. L. Wilder: *Cultural Basis of Mathematics I*. Congreso Internacional de Matemáticos, Cambridge, Massachusetts, EEUU. 30 de Agosto de 1950. (http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Extras/Cultural_Basis_I.html)

“Siendo una rama del conocimiento, las matemáticas no son algo que yo sepa, que tú sepas o que cualquier individuo sepa: es parte de nuestra cultura, es una propiedad colectiva. Podemos incluso olvidar con el paso del tiempo, algunas de nuestras contribuciones individuales a ellas, pero estas permanecen, a pesar de nuestra desmemoria, en nuestra corriente cultural.” (Traducción de la autora).

Numerosos autores han analizado el cambio paradigmático que ha supuesto para la enseñanza de las matemáticas en su reforma de los años sesenta, basada en el grupo Bourbaki, el mayor énfasis sobre el aprendizaje por medio de estructuras abstractas y profundización en el rigor lógico. Guzmán nos recuerda como la ciencia matemática tiene más de empírica de lo que esta corriente moderna pretendía y que es ante todo en el momento de su invención donde es más interesante realizar la inmersión en ella (Guzmán, 2007).

Analizaremos cómo a consecuencia de esta reforma se eliminó prácticamente del currículum educativo la geometría. A pesar de que este hecho ha sido analizado y denunciado por gran parte de la comunidad matemática y que muchos países están devolviéndole su protagonismo en la educación, en España todavía no se ha generalizado la importancia del aprendizaje geométrico en las escuelas. Tomar conciencia de la importancia que tenía el conocimiento de la geometría en España, durante el Renacimiento, no solamente para el que quisiera ser matemático, sino para todo aquel que quisiera ser instruido, nos servirá para reflexionar sobre el contexto actual.

La recuperación de un acercamiento a la enseñanza de la ciencia matemática de una forma más empírica y a la vez contextualizada en el tiempo, deriva en la posibilidad de poner al alumno ante diferentes retos matemáticos, relacionándolos con su momento histórico y teniendo en cuenta mucho más intensamente la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surgen los fundamentos matemáticos.

2. CONTEXTO EDUCATIVO ACTUAL

2.1 Problemas detectados en la enseñanza de las matemáticas en los ciclos de secundaria

El aprendizaje de la matemática tiene una finalidad formativa y utilitaria (Peralta, 1995). Esta doble finalidad es a veces escasamente valorada por los alumnos. Podemos pensar que la falta de confianza que muestran a la hora de abordar la asignatura y la falta de estudio son los culpables de la desmotivación por la ciencia matemática. Sin embargo se observa que esta ciencia se imparte muchas veces de forma equivocada si de lo que se trata es de "seducir" con ella a los alumnos.

Generalmente se tiende a impartir la asignatura como una ciencia abstracta con leyes de las que no se explica su origen. Las clases se dividen entre un tiempo de exposición del tema por parte del profesor y un tiempo de resolución de ejercicios. Los currículos oficiales y los libros de texto con el fin de facilitar la evaluación de los alumnos se configuran alrededor de bloques temáticos, destinados a sucederse en el tiempo. De este modo la matemática se imparte subdividida en varias ramas que entre ellas parecen no tener relación. Es común observar como los alumnos tienen una falta de flexibilidad y creatividad a la hora de resolver problemas por el hecho de no tener la seguridad de poder aplicar teoremas o reglas aprendidos en otros temas (Polya, 1945). De esta forma resuelven los ejercicios de una forma automática y compartimentando cada rama de la matemática (Peralta, 2005).

2.2 Necesidad de una aproximación didáctica más contextualizada a los fundamentos matemáticos

A pesar de que, en los últimos años, los libros de texto se esfuerzan en presentar ejercicios y problemas relacionados con la vida cotidiana, esto no parece suficiente, ya que al alumno siempre le resulta artificial el planteamiento de un problema ajeno a él y que no proviene de su propia experiencia o inquietud. No significa esto que el alumno no deba enfrentarse a la resolución de ejercicios o problemas dados, pero se le debería dar la oportunidad en algún momento de ser él mismo el origen de la pregunta (Guzmán, 2007). Las matemáticas aparecen generalmente como una ciencia desligada de la realidad. No se explica la génesis de los descubrimientos matemáticos, limitándose los docentes a transmitir los conocimientos como reglas dadas para ser aplicadas en situaciones determinadas (Peralta, 1995). Como nos dice Toeplitz en su apasionante estudio sobre la génesis del cálculo infinitesimal, "*si volviéramos a los orígenes de estas ideas, perderían esa apariencia de muerte y de hechos disecados y volverían a tomar una vida fresca y pujante*." (Toeplitz, 1963, p.xi)

Y es que el aprendizaje por medio de la narración de una historia es, desde antiguo, la manera más atrayente para captar la atención de una audiencia. La narración no se debe confundir con una mera transmisión de conocimientos. La narración es una construcción donde el oyente participa de una historia en la que se va adentrando y cuestionando los sucesos y cuyo objetivo final es esperado y ansiado. ¿Hemos perdido la capacidad narrativa en cuanto a la educación? Incluso en las clases de literatura hemos sufrido tener que aprendernos asépticas biografías de los autores, antes que aprender quienes son por medio de la lectura de sus obras. Esto parece una desatención a la sociedad, ya que ésta sigue ávida de historias y prueba de ello es su afición a las series, telenovelas o películas de aventuras. Incluso los videojuegos se esfuerzan cada vez más en recrear historias y en tener un hilo narrativo para generar retos adictivos.

¿Por qué no aprovechar esta capacidad para enseñar a los alumnos también las ciencias? Novelas de éxito de ventas, aunque de dudoso valor literario, como *El Código da*

Vinci, se disfrazan de veracidad por medio de enigmas matemáticos que se van desvelando poco a poco a lo largo de una narración.

La matemática, en definitiva, no es como popularmente se cree una ciencia abstracta y deshumanizada, sino que forma parte de nuestra cultura y la mayoría de las personas instruidas son susceptibles de encontrar en ella una belleza estética o una atractiva herramienta de conocimiento.

2.3 Necesidad de desarrollar unas competencias con validez interdisciplinar

La posibilidad de enfrentarse a un problema matemático que se transforma en propio y resolverlo produce una gran satisfacción intelectual. Polya nos ilustra mediante el método heurístico sobre cómo se puede guiar a las personas en la resolución de problemas. Así, nos indica cómo a la hora de resolverlos lo primero es comprender el problema y su incógnita, ser capaces de reformular el problema, y a continuación bucear en nuestra memoria para encontrar, quizás, un problema semejante (Polya, 1945). Esta primera parte del proceso es algo común a muchas disciplinas; reconocer el objetivo, ser capaces de plantear diversos modos de conseguirlo y elegir el más adecuado según nuestras capacidades y conocimientos. Es decir que alguien con buena capacidad de raciocinio debería ser igualmente capaz de escribir un buen ensayo, como de resolver un problema matemático, o de realizar una investigación histórica.

A mediados del siglo XX, C.P. Snow ya advirtió del peligro que suponía la separación del saber en dos ramas, científica y humanista en su libro titulado *Las dos Culturas*. En ella desvela como los dos grupos de intelectuales se miran recíprocamente con recelo y casi con hostilidad creando tópicos unos de otros (Snow, 1959). Por suerte en este mismo siglo hemos tenido ejemplos de eminentes matemáticos como Bertrand Russell o José Echegaray que han sido premiados con el Nobel de Literatura, mostrándonos la maravillosa diversidad de la capacidad humana y la irreal división de la formación del conocimiento.

A pesar de que la Ley de Educación actual, en el marco de la Unión Europea, fomenta la integración de las diversas disciplinas por medio de las competencias básicas, los currículos actuales han tenido demasiado poco escrúpulo a la hora de hacer una dicotomía desmesurada entre los estudios de ciencias y los de letras. Los itinerarios planteados impiden que un alumno pueda profundizar su formación a la vez en literatura universal y en física. ¿Tiene esto sentido? Sería interesante plantear la posibilidad de itinerarios más abiertos donde los alumnos no eligen un bloque predeterminado de asignaturas sino cada materia que le interesa. La separación entre ciencias y letras crea estereotipos acerca de la diferenciación de los alumnos en cuanto a su capacidad de raciocinio y los principales perjudicados por ello son precisamente los estudiantes, que se encuentran encasillados antes de poder elegir libremente.

Actualmente la reconocida escuela de negocios de Madrid, Instituto de Empresa ofrece a los alumnos de los MBA un curso para acercar las humanidades al mundo empresarial. Muchas personas excesivamente especializadas en estudios técnicos o económicos se dan cuenta a una cierta edad de su ignorancia en literatura, filosofía o historia. Del mismo modo personas instruidas y cultas como periodistas, abogados, artistas se encuentran sin remedio en la más absoluta ignorancia de las matemáticas. Esta carencia parece producir menos pudor que la de las humanidades, pero no por ello es menos peligrosa. El acercamiento a la ciencia de estas personas es generalmente acrítico y cualquier dato o teoría es fácilmente absorbida como verdades absolutas, sin tener siquiera las herramientas para cuestionarlas. Se convierten incluso en divulgadores de datos erróneos.

2.4 <u>Necesidad de recuperar la enseñanza de la geometría</u>

Michael Atiyah, ya en los años 80, denunciaba que, de todos los cambios que se han efectuado en la enseñanza de la matemática en los últimos sesenta años, nada es más notorio que la pérdida de protagonismo de la geometría (Atiyah, 1982). En algunos cursos la geometría ni siquiera se enseña porque se "deja para el final" y debido a las dificultades de la organización de la programación nunca se imparte. Relata como a finales del siglo XIX se le dio una excesiva importancia al estudio de la geometría de triángulos y una reforma era necesaria en cuanto a la búsqueda del rigor, pero el péndulo ha oscilado demasiado y la geometría ha llegado a estar completamente abandonada por los docentes.

Santaló profundiza igualmente en este tema y achaca este abandono al hecho que la reforma de la didáctica de la matemática, impulsada entre otros por Dieudonné, se basó en que la enseñanza debe tener una estructura lineal, debiéndose establecer bases sobre las cuales se desarrollen los temas de un modo totalmente lógico (Santaló, 1980). La geometría resulta difícil de formalizar a nivel elemental y por ello con el abandono del estudio de la geometría se nos ha ido lo que fue "*la fuente más importante que por muchos siglos ha tenido la matemática de verdaderos problemas y resultados interesantes abordables con un número pequeño de herramientas fácilmente asimilables*" (Guzmán, 2007, p. 51).

No en vano es la geometría la primera rama de las matemáticas que alcanzó su madurez ya en tiempos de los griegos. Según Atiyah, la razón por la cual esto sucedió es porque es la forma de la matemática menos abstracta, pudiendo aplicarse a situaciones y experiencias concretas que requieren un esfuerzo intelectual menor, en contraposición al álgebra, esencialmente abstracta y simbólica e incluso a la aritmética que necesita de la base de un sistema de numeración posicional (Atiyah, 1982). Esto perduró durante muchos siglos y resurgió con importancia en el Renacimiento, debido a la búsqueda de respuestas en las fuentes clásicas.

Sin embargo en los últimos años ha aumentado la conciencia de la necesaria recuperación de una concepción espacial de los postulados matemáticos, no ya sólo mediante la enseñanza de la propia geometría tradicional, sino por el contenido intuitivo que le caracteriza. Miguel de Guzmán, analizando esta situación, propone una didáctica de la geometría en la se puede dar la base de unos cuantos principios intuitivamente obvios para resolver problemas y ejercicios elegidos por su belleza o importancia histórica. En este aspecto recomienda la obra de Coxeter (Guzmán, 2007).

La enseñanza de la geometría de esta manera se debe apoyar básicamente en dos principios: su carácter físico en cuanto a la obtención de magnitudes y formas y su carácter hipotético-deductivo por el cual se pueden demostrar las verdades geométricas por razonamiento a partir de los axiomas dados. Los axiomas, como advirtió Légendre, son - a diferencia de los teoremas que necesitan una demostración-, una verdad evidente por sí misma. (Bkouche, 2009).

3. OBJETIVOS

Por los motivos anteriormente expuestos se propone el análisis histórico de la figura de Juan de Herrera, personalidad eminentemente científica y humanista, creador, empírico en su acercamiento al conocimiento, investigador de la geometría y divulgador de la ciencia matemática con una finalidad formativa. Es uno de los máximos representantes de la cultura española y renacentista. En él se aúna el interés por la matemática como una ciencia teórica y casi filosófica y como una ciencia aplicada tanto a la ingeniería, como al arte.

A pesar de su lejanía en el tiempo, Herrera pertenece a la época en la que los hombres parecían destinados a descubrir y no debemos olvidar que los adolescentes son precisamente descubridores del mundo. Nuestra labor como docentes es guiarles para que los conocimientos que les transmitimos no sean, como dice Toeplitz, "*hechos disecados*" con "*apariencia de muerte*", sino llaves para que ellos mismos experimenten y descubran la realidad. Como hemos apuntado anteriormente, la matemática es también historia, es también arte y posee una belleza intrínseca. Es una herramienta para comprender el mundo.

Juan de Herrera es además el promotor de una de las primeras academias de matemáticas, que aún existe, de Europa. La Academia de Matemáticas de Madrid fundada por Felipe II, a instancias de Herrera, es el origen de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (Martín Municio, 2000). La fundación de esta academia tiene dos vertientes la utilitaria como apoyo de otras ciencias prácticas, pero también la divulgativa. En ella se formarían en matemáticas hombres de lo que hoy denominaríamos el mundo de las "letras" como Lope de Vega.

Con esta visión, se pretende analizar la posibilidad de realizar una metodología y aplicación en el aula que involucre la experimentación de los postulados matemáticos a modo de descubrimiento; la recuperación de la geometría como fuente de verdaderos problemas matemáticos para ser resueltos de manera deductiva y heurística; y la confluencia de otras disciplinas y aplicaciones a la hora de exponer un tema matemático enseñando al alumno a relacionar y consiguiendo así una formación integral.

Establecemos de este modo los siguientes objetivos:

- Conocer la figura de Juan de Herrera como científico y humanista para alcanzar una **contextualización de la historia de la matemática española**.

- Adquirir una visión de la matemática en relación con una manifestación cultural determinada **como elemento de lectura de la realidad de una forma interdisciplinar**.

- Buscar aplicaciones didácticas **que permitan al alumno aprender descubriendo** por sí mismo los fundamentos matemáticos contextualizándolos.

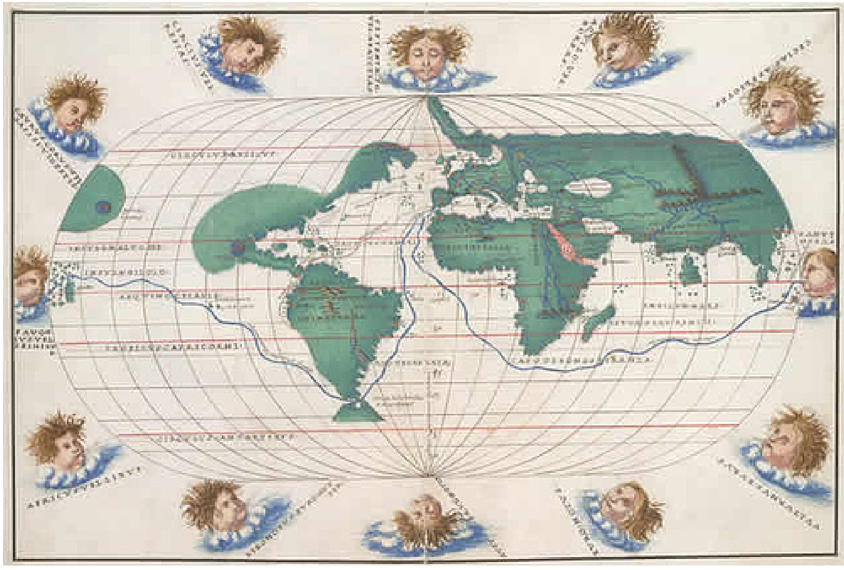
- Plantear una **recuperación de la enseñanza de la geometría** para familiarizar al alumno con la resolución de problemas de forma visual y deductiva.

4. JUAN DE HERRERA, IMPULSOR DE LA CIENCIA MATEMÁTICA

4.1 Contexto histórico

4.1.1. La influencia del descubrimiento de América en las ciencias:

En 1522, la expedición Magallanes - El Cano consigue realizar la primera vuelta al mundo.



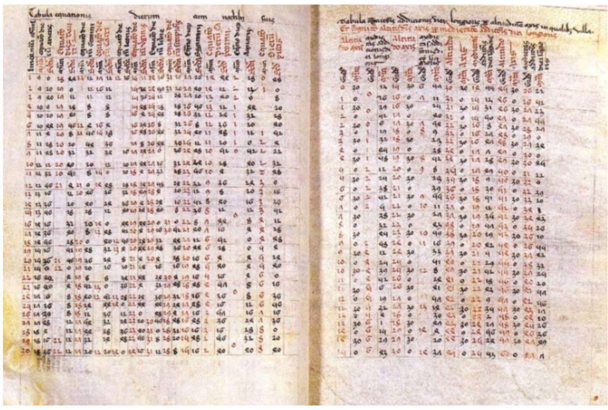
Mappamundi de Battista Agnese (1550)

El globo terráqueo se desvela, la concepción medieval de tierras ignotas donde el hombre no puede llegar y quizás poblados por seres diferentes desaparece. Surge como dice Rey Pastor una concepción integral y unitaria del universo. Así, dice, refiriéndose a aquel momento histórico, el mundo posee ahora una “armonía y unidad funcional”. Los fenómenos físicos y meteorológicos se explican y comprueban, se puede observar la gradación de las especies vegetales, surgen nuevas lenguas con las que se pueden establecer analogías (Rey Pastor, 1970).

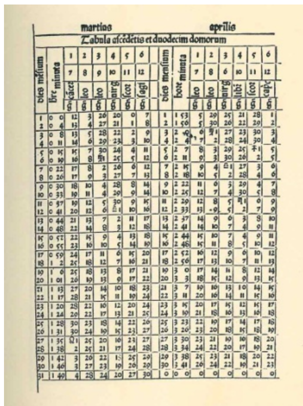
El mundo ya no es mediterráneo. Se plantea la necesidad de un nuevo orden universal. Este nuevo orden será ante todo político pero también artístico, geométrico y matemático. Orden entendido como medida, como “modulación” y en definitiva como explicación del mundo.

Gran parte de aquello que se había venido especulando en ciencia desde los clásicos fue utilizado y puesto a prueba por los descubridores de nuevas rutas y de nuevos mundos. Los conocimientos de Náutica, Astronomía, Geodesia o Metalurgia son las ciencias que incluso impulsaron e hicieron posibles los descubrimientos.

Precisamente España y Portugal contaban con conocimientos muy avanzados en estos campos y herramientas precisas para ello. Existían las Tablas Alfonsíes que eran las tablas astronómicas más utilizadas en toda Europa, durante trescientos años, de las que el mismo Copérnico tenía una copia y el almanaque perpetuo de Abraham Zacuto, que influyó decisivamente en los diferentes tratados que se realizaron en la península ibérica sobre el “arte de navegar” (o “arte de marear”), basados en la moderna navegación de estima corregida por la latitud necesaria para viajes largos (Rey Pastor, 1970). La navegación astronómica consistió en recurrir a las medidas de posición de los astros para la determinación de la posición del barco.



Tablas Alfonsíes



Almanaque perpetuo de Abraham Zacuto

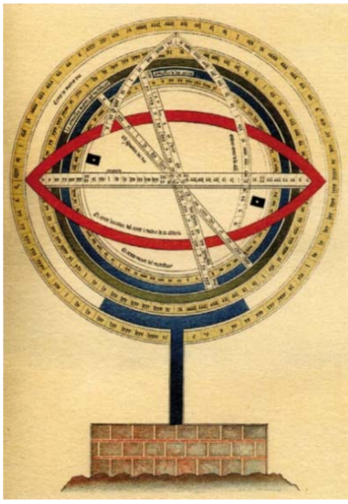
En esta época podemos asistir como dice Rey Pastor a la "*dramática desproporción entre los medios utilizados y la grandiosidad de los resultados*". La conquista de nuevas tierras, la creación de ciudades, de gobiernos, la explotación de recursos, la defensa de los territorios y de las rutas marítimas es aquello en lo que se ocupó España durante siglos. Esta empresa parece hacer comprensible el hecho de que no fuera nunca la "*ciencia pura predilecta de los españoles, que prefirieron estudiar las ciencias como medio y no como fin; la técnica antes que la ciencia; y que en este sentido sería el pueblo hispánico el más consecuente heredero de la tradición romana*." (Rey Pastor, 1970, p. 25).

Por esta razón, las matemáticas, desde el punto de vista del Álgebra o la Aritmética que es la innovación más importante del momento gracias a la Summa de Pacioli, no tienen ningún desarrollo en esa época en España, que se mantenía más bien en la línea medieval de Boecio (Peralta, 1999). Pero existen aportaciones, en cuanto a las aplicaciones matemáticas, importantes en el campo de la economía, con las investigaciones del cálculo mercantil y de la teoría del valor de Azpilicueta o Mercado, y sobre todo en el campo de la geometría por su aplicación a la ingeniería naval, militar y a la arquitectura en cuanto se refiere a la necesaria construcción de un nuevo mundo.

4.1.2. Biografía

Juan de Herrera nace en Roiz, Cantabria en 1530, en el seno de una familia de hidalgos, con una posición acomodada. Estudia Filosofía y Humanidades en Valladolid. Muy joven, en 1548 viaja a Italia y Flandes en el séquito de Felipe II, todavía príncipe, y tiene así la oportunidad de conocer las diversas corrientes renacentistas europeas. Participa después como soldado en la campaña de Flandes de Carlos V y en 1556 acompaña al emperador a su retiro en Yuste.

Felipe II, ya como rey le encarga parte de la educación del príncipe Carlos y durante este periodo realiza una copia de los Libros del saber de Astronomía de Alfonso X el Sabio.



Libros del saber de astronomía copia de Juan de Herrera.
Representación de la esfera armilar de Azarquiel

Trabajará a las órdenes de Juan Bautista de Toledo en la creación del Real Monasterio de San Lorenzo de El Escorial y a la muerte de éste en 1572, se hace cargo del proyecto y de la continuación de las obras hasta su finalización, en 1584, siendo nombrado Aposentador Mayor de Felipe II. Realizará muchas otras obras de gran envergadura como la Catedral de Valladolid (1589), la Casa Consistorial de Toledo (1575), el Puente de Segovia de Madrid (1582-1584), la Lonja de Sevilla (1583) o la Fachada Sur del Alcázar de Toledo (1571-1585).

En 1583 insta a Felipe II a fundar la Academia de Matemáticas, antecedente de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y controlará sus actividades y lecturas.

Muere en Madrid en 1597, después de tres años de enfermedad, y sus restos serán más tarde llevados, según su última voluntad, a Maliaño en Cantabria. En su cuarto y último testamento, también ordenó que cada año se dieran *"trece reales diarios a trece sexagenarios necesitados de Maliaño"* y todavía hoy en día la Fundación Obra Pía Juan de Herrera perpetúa la entrega de estas ayudas que en equivalencia son 300 euros anuales por cada persona. *(2)*

4.2 Herrera investigador: Humanismo y Ciencia

Según Cristóbal de Rojas, importante ingeniero del XVI, que participó en la Real Academia de Matemáticas, Herrera es una personalidad entre Vitrubio y Arquímedes. Esto nos da una idea de la importancia de la difusión de su obra, evidentemente como arquitecto clasicista, pero también como científico, siendo Arquímedes uno de los primeros matemáticos que se dedicó también a la física y a la ingeniería.

Herrera es conocido como un hombre dedicado a la construcción e invención, pero menos conocida es su faceta de estudioso e investigador teórico de diversos campos del saber. Contaba con una biblioteca propia muy importante y eminentemente científica sobre astronomía, geometría, aritmética, mecánica, óptica, música, perspectiva. Entre los escritos matemáticos encontramos las obras de Euclides, Arquímedes, Pappus, Tartaglia y Commandino. Existen obras científicas recientes de Copérnico o Giordano Bruno, tratados

[2] Referencia: http://blogdejesus.com/2011/09/26/la-obra-pia-de-juan-de-herrera/

de arquitectura y perspectiva de Alberti, Serlio o de l'Orme y una especial colección de los libros de Raimundo Lulio, monje filósofo del siglo XIII mallorquín que entre otras cosas, en su primer libro utiliza la lógica de los científicos árabes, su álgebra y sus razonamientos. (Vicente Maroto, 1997).

4.2.1 Visión unitaria de la ciencia, la técnica y el arte como parte del saber:

En la Europa del siglo XVI tuvo lugar un resurgimiento del estudio de las obras de Raimundo Lulio. En esta época se valoró grandemente la dimensión holística del sistema luliano, como método integrador de todos los saberes, que buscaba la posibilidad de una ciencia única, más bien llamada "Arte". Los humanistas de la época estaban interesados por las convergencias entre las disciplinas del saber, y la posibilidad de establecer mecanismos lógicos comunes a todas ellas. Se puede decir que Herrera, por lo menos durante unos años, se identifica de modo intenso con el arte Luliano (Taylor, 1992).

Maquina Lógica de Llull.

Alrededor de 1275 Llull diseñó una máquina, cuyo funcionamiento y método se publicó en 1305 en su *Ars magna,* acerca de la combinación de las categorías teológicas y filosóficas de los atributos divinos. Se cree que la inspiración de Llull provino de la observación de los astrólogos árabes que utilizaban un dispositivo llamado zairja, en el que combinaban valores numéricos asociados a letras y categorías. (Urvoy, 1980)

En origen, Llull lo ideó como una herramienta de debate para convertir a los musulmanes a la fe cristiana a través de la lógica y la razón. La máquina lógica consistía en tres discos de papel concéntricos con inscripciones de letras alfabéticas o símbolos que hacían referencia a las listas de atributos o categorías filosóficas y que podían ser girados de forma individual para generar un gran número de combinaciones de ideas. Llull basa esto en el convencimiento de que había un número limitado de verdades básicas innegables, en todos los campos del conocimiento, y que podríamos entender todo acerca de estos campos de conocimiento, mediante el estudio de las combinaciones de estas verdades elementales.

Los discos se dividían en 9 partes según los atributos de Dios: bondad, grandeza, eternidad, poder, sabiduría, voluntad, virtud, verdad y gloria y estas son en el primer círculo representadas simbólicamente por las letras B,C,D,E,F,G,H,I,K. Tomando los 9 conceptos de dos en dos, obtenía 36 combinaciones representadas en la máquina por las líneas en el círculo interior. De este modo realiza una combinatoria sin repetición. No admitía repeticiones puesto que él entendía que decir que "*la verdad es eterna"* aporta información pero decir que "*la verdad es verdadera"* no aporta información alguna. (Maróstica, 1992).

El método fue un primer intento de utilizar los medios lógicos para producir conocimiento. Llull quería demostrar que las doctrinas cristianas pueden obtenerse artificialmente a partir de un conjunto fijo de ideas preliminares. Llull pensaba que todos los creyentes en las religiones monoteístas - judíos, musulmanes o cristianos - estarían de acuerdo con estos atributos, dándole una firme plataforma desde la que argumentar.

En el Ars Magna también describió como se jerarquizan todos los aspectos del saber humano mediante la alegoría de un árbol, lo que llamó *Árbol de la Ciencia*. Para Llull, la geometría es la ciencia que estudia la cantidad continua inmóvil; la astronomía estudia la cantidad continua móvil y la influencia de los astros y la aritmética estudia los números y sus operaciones (Vicente Maroto, 1997).

El pensamiento luliano fue desarrollado posteriormente por Giordano Bruno, en el siglo XVI, y por Gottfried Leibniz, en el siglo XVII, para las investigaciones sobre la filosofía de la ciencia. Leibniz dio a la idea de Llull el nombre de "Ars combinatoria", por el que ahora se le conoce. Algunos científicos informáticos han adoptado Llull como una especie de padre fundador, alegando que su sistema de lógica fue el inicio de la informática. Veremos como para Herrera la posibilidad de formalización de los conceptos filosóficos, mediante figuras, resultará de enorme importancia en su obra científica y arquitectónica.

4.2.2 "Discurso sobre la Figura Cúbica"

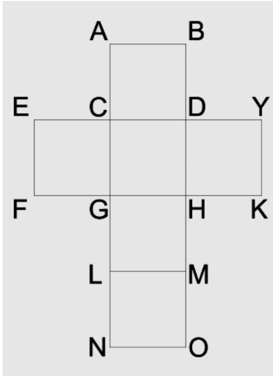
Uno de los pocos documentos escritos por Herrera que se conservan es su *Discurso sobre la figura cúbica* ([3]). En él, intentó fundir precisamente los principios lulianos con la geometría de Euclides.

El discurso comienza definiendo el cubo de dos maneras:

1) la definición del cubo en cantidad continua, según el libro 11 de Euclides, sobre geometría de los sólidos.
2) la definición del cubo en cantidad discreta, según el libro 7 de Euclides, sobre teoría de números.

Para la primera manera, comienza describiendo cómo "*el cubo es una figura sólida contenida de seis superficies quadradas iguales*" según la Definición 25, Libro 11 Euclides. Representa para ello un cubo desplegado nombrando cada uno de sus segmentos.

[3] Una copia manuscrita del discurso realizada por Vincencio Squarzafigo para Sebastián de Sassiola y Arancibia en 1703 ha sido digitaliza por la Biblioteca Menéndez Pelayo. http://www.bibliotecademenendezpelayo.org/VisorAmpliada.aspx?op=6&IdLibro=1&codigo=M72



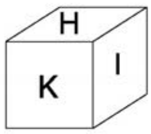
A continuación explica, sin utilizar un lenguaje algebraico de ecuaciones, cómo, "levantando" las superficies en ángulo recto sobre las rectas *CD, CG, GH, y DH* se obtiene que:

$$AC=EC;\ BD=YD;\ LG=FG;\ MH=KH;\ LN=EF;\ MO=YK;\ NO=AB$$

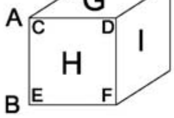
por lo que los siguientes conjuntos de puntos serán uno sólo:

$$A=E=N;\ B=Y=O;\ L=F;\ M=K$$

Obteniéndose así un cuerpo cúbico que denomina *HIK* y que tiene las tres dimensiones "*longitudinal, latitudinal y profunditudinal"* iguales.



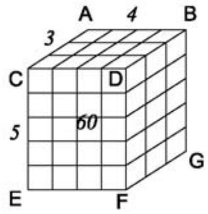
De aquí deduce que, así como el punto no se puede multiplicar *en sí* por no tener dimensión, la línea se puede multiplicar *en sí* para obtener una superficie y que por ello la línea tiene la capacidad de *obrar*. El punto, dice, es siempre *término*. Explica como si tenemos una línea *AB*, esta línea obrando en sí hace la superficie cuadrada *CDEF* y que ésta, a su vez, obrando con la línea otra vez, hace el cubo *GHI*. Los cubos los denomina en un principio asignando una letra a cada una de las tres caras, que conforman el triedro de las caras visibles según el dibujo.



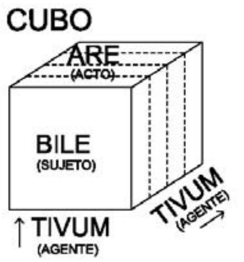
Es importante llamar la atención sobre la notación matemática utilizada en este primer momento. Aunque determine que algunos segmentos y puntos vienen a coincidir con otros, no por ello pasa a llamarlos por una de estas letras, sino que siempre recurre a otra denominación para el resultado.

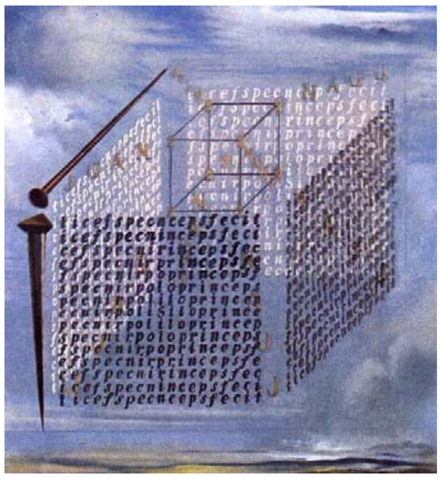
Continua describiendo el cubo en cantidad discreta según la definición 19 del libro 7 de Euclides, por el cual "*el número cubo es aquel que es contenido de tres número iguales*". Existen así los números superficiales y los números sólidos. Estos a su vez pueden dar lugar a número cuadrados o números cúbicos para los cuales pone de ejemplo el 8, el 27 y el 64.

Hace una traslación geométrica de varias multiplicaciones básicas, cuadradas y rectangulares, tomando una unidad que llama "*quadradillo*". En este momento, ya define la superficie proveniente de la línea AB por el lado AC como $ABCD$, correspondiendo la denominación de la superficie con los segmentos que la forman. Por este mismo proceso construye un cubo a partir del 3, y del 4 que obrando entre sí producen el número superficial 12 y que éste a su vez obrando con el 5 produce el número sólido 60. Asimila para ello el 3 al lado AB, el 4 al lado AC, y el 5 al lado CE y obtiene un cubo que ahora ya denomina $ABCDEFG$, el cual sigue haciendo referencia al triedro.



Para entroncar con los principios lulianos, Herrera determina que "*la línea hace y la superficie es hecha*", y así la línea en razón de *agente* es activa y la superficie en razón de *agible* es pasiva. El cubo que es la plenitud del acto en sí, proviene de tres dimensiones y dos operaciones. Según Llull un fenómeno se explica a través del *bile* (sujeto del fenómeno), *tivum* (agente activador) y el *are* (acto en sí). Así para Herrera el cubo es el resultado de la primera operación del *tivum* ó línea en sí, de la cual resulta el *bile* ó superficie y de la segunda operación que es el *are* que opera el *tivum* y el *bile* conjuntamente. Estas dos operaciones y tres elementos forman, al igual que en la máquina lógica de Llull, un "*triángulo de plenitud en el ser y el obrar*".





Salvador Dalí. "El discurso sobre la figura cúbica de Juan de Herrera".
Museo Reina Sofía de Madrid.

Establece así que "*en todas las cosas está el cubo*" y que "*todo lo que es tiene obrar*". Es decir, todo proviene de una operación, de un agente activador sobre un sujeto. A partir de aquí trata de trasladar la formalización luliana de la combinatoria de principios, basada en círculos concéntricos, a la figura cúbica. Siguiendo el proceso de Llull que va de lo concreto a lo general en un proceso ascendente, Herrera procede *"componiendo y mixtionando y obrando desde las partes mínimas hasta llegar a las mayores*". Tomará como parte mínima un elemento geométrico que es el *quadradillo*, que hemos visto anteriormente. Así llega a una particular visión del *Ars combinatoria*:

"Universal mixtión y operación llamamos cuando una cosa se mezcla y obra con otras de tal manera que ella está en todos y todas en ella. Particular mixtión y operación llamamos cuando una cosa se mezcla y obra con muchas cada una de por sí. Conjunto de estas mixtiones y operaciones se llama cuando los principios o algunas cosas se juntan y obran todos con todos de tal manera que hayan ellos procedido a la universal y particular mixtión y operación."

Toma primero los cuatro elementos que establece Llull, asignándoles una letra: fuego *B*, aire *A*, agua *D* y tierra *C*. Los sitúa en una columna y a continuación establece todas las posibles combinaciones de los cuatros elementos, tomados de dos en dos, y con ello realiza un cuadrado de 4 por 4. Es decir obtiene 16 elementos.

B
A
D
C

A D

B	BA	BD	BC
A	AB	AD	AC
D	DB	DA	DC
C	CB	CA	CD

E F

Con lo que a diferencia de Llull, que mediante el sistema de discos giratorios obtenía combinaciones sin repetición que se podrían calcular de la siguiente forma:

$$C_m^n = \frac{V_m^n}{P^n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}\text{, con lo que } C_4^2 = \frac{4!}{2!(3)!} = \frac{4\cdot 3\cdot 2!}{2!(2)!} = \frac{12}{2} = 6$$

Herrera ha obviado la combinatoria de Llull para hacer simples variaciones con repetición:

$$VR_m^n = m^n \text{ de modo que } VR_4^2 = 4^2 = 16$$

Para justificar la necesidad de la simetría del conjunto, Herrera explica que no es lo mismo *AB* que *BA* puesto que si *A* es el aire y *B* el fuego, la combinación de ambas puede dar lugar a *AB* en el que será predominante el aire sobre el fuego y a *BA* en el que será predominante el fuego sobre el aire. También da por hecho que en el conjunto de las variaciones existen las de cada elemento consigo mismo lo que podríamos identificar con *BB, AA, CC y DD*. Mantener la denominación como *B, A, C, D,* le permite considerar esta primera columna como la línea o agente activador (tivum) del conjunto formalizado en un cuadrado.

Este mismo proceso lo aplica a las nueve categorías de Dios, establecidas por Llull y adopta su misma denominación *B,C,D,E,F,G,H,I,K*. Establece así un primer cuadrado de 9x9 y para evitar escribir las letras repetidas consigo mismas hace el mismo proceso que con el anterior cuadrado de 4x4.

B	BC	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BK
C	CB	CD	CE	CF	CG	CH	CI	CK
D	DB	DC	DE	DF	DG	DH	DI	DK
E	EB	EC	ED	EF	EG	EH	EI	EK
F	FB	FC	FD	FE	FG	FH	FI	FK
G	GB	GC	GD	GE	GF	GH	GI	GK
H	HB	HC	HD	HE	HF	HG	HI	HK
I	IB	IC	ID	IE	IF	IG	IH	IK
K	KB	KC	KD	KE	KF	KG	KH	KI

A continuación dice que estas categorías alcanzaran plenitud una vez que se vuelvan a combinar en la tercera dimensión formando un cubo de 9x9x9, esto es de 729 unidades que representan todas las variaciones posibles de los elementos tomados de 3 en 3.

$$VR_9^3 = 9^3 = 729$$

Llull, no obstante, había establecido en su *Tábula Generalis* solamente 84, que son las combinaciones sin repetición posibles.

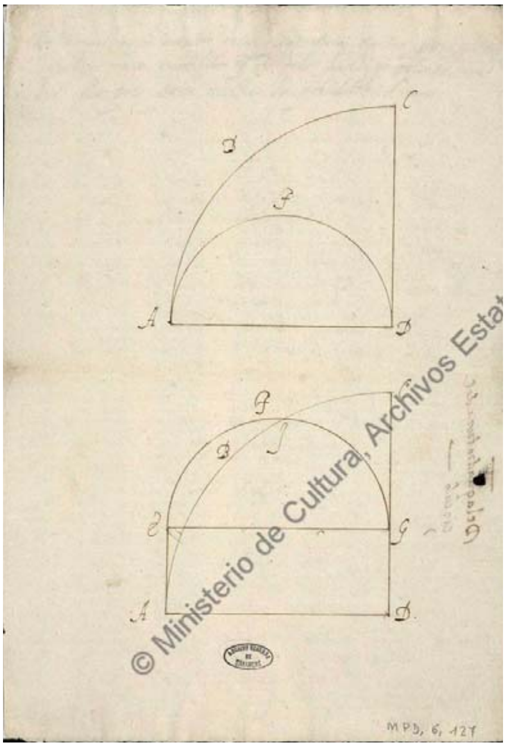
$$C_9^3 = \frac{9!}{3!\,(6)!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{3!\,(6)!} = \frac{504}{6} = 84$$

A pesar de ello, de esta forma Herrera consigue trasladar la formalización de Llull bidimensional y circular de la combinación de los conceptos a una forma tridimensional cúbica. Veremos cómo esto influye en su lenguaje artístico y simbólico y resulta novedoso observar la concepción del cubo mediante su dinamismo operacional, antes que como un sólido estático.

El interés de Herrera por el cuadrado como base del cubo y el círculo como base de la esfera corresponden a un pensamiento típicamente renacentista, donde existe una visión unitaria de la geometría en relación con la arquitectura y las máquinas (Vicente Maroto, 1997). No menos importante, en cuanto a esta visión unitaria renacentista se refiere, es la constatación que todo arte o técnica realizado por Herrera, está apoyado por una base teórica filosófica y científica que le otorga significado.

4.2.3 Sobre la Cuadratura del Círculo

No es de extrañar en este marco que Herrera también mostrara interés, al igual que muchos de sus coetáneos, por la cuadratura del círculo, es decir la posible equivalencia mediante la construcción de regla y compás de un círculo y un cuadrado (Vicente Maroto, 1997). Podemos observar en un dibujo realizado por Herrera, acompañando una carta, la demostración que trató de realizar en aquella época el valenciano Jaime Juan Falcó.



Dibujos en el verso de un folio acompañando a carta autógrafa de Juan de Herrera a Cristóbal de Salazar, secretario de la embajada española en Venecia, Aranjuez, 1 de enero de 1584, en la que solicita le proporcionen obras científicas y da cuenta de que un caballero valenciano el comendador "Men. Falcón" [Jaime Juan Falcón], del hábito de Montesa, ha hallado […] la Cuadratura del Círculo.”

Archivo General de Simancas. Catálogo Colectivo de la Red de Bibliotecas de los Archivos Estatales

En este dibujo, no es posible descubrir cómo se construye el rectángulo AEGD para relacionarlo con el área del semicírculo EFG, pero mediante una simple comprobación sobre el dibujo, sí se puede observar que el área de las dos figuras es exactamente igual.

La obra de Falcó se publicó en Amberes en 1591, pero ocho años más tarde el físico Jacobo Palomino publicó en Madrid, en su *Libro de Invencionibus Scientiarum,* la falsedad de la demostración de Falcó (Vicente Maroto, 1997). En defensa del espíritu científico de Herrera, debemos señalar que en la carta que dirige al secretario de embajada en Venecia mostrando el trabajo de Falcó sobre la cuadratura del círculo, explica que lo envía "*aquí para probar la posibilidad*" de lo que Falcó toma "*por conclusión*".

Miramos estos intentos, desde nuestra perspectiva actual con cierta condescendencia, pero si nos situamos en la época, ¿por qué debería ser imposible encontrar geométricamente la solución a $\pi r^2 = b^2$? No se conocía la existencia de los números trascendentes. Es más, en la concepción renacentista, que recuperaba la tradición clásica de la perfección intrínseca de los números y su formalización, era impensable concebir un número tan imperfecto. Poder relacionar figuras perfectas y elementales, como el círculo y el cuadrado, era probable en un mundo donde la ciencia, la técnica, el arte y la fe parecían poder converger de forma lógica y racional. Para situarnos históricamente, respecto al estudio del número Л, es sólo cuatro años antes de la muerte de Herrera, en 1593, cuando Vieta da una aproximación a Л por medio del descubrimiento del primer producto infinito:

$$\pi = 2 \times \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}} \times \cdots$$

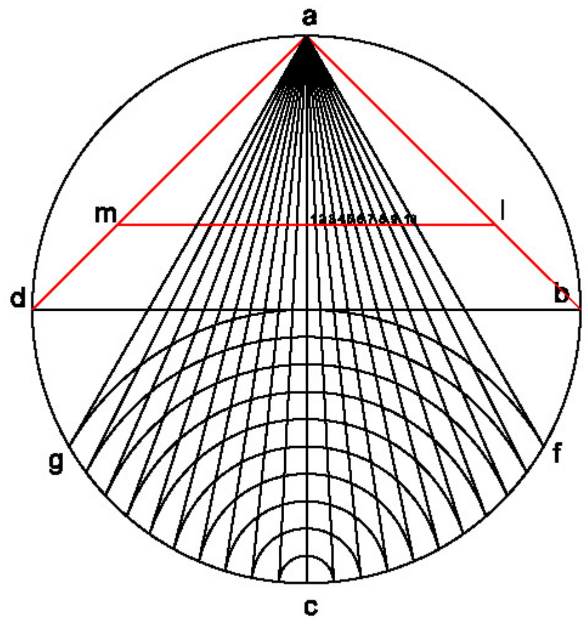
Lo cual, a pesar de resultar menos práctico que las aproximaciones mediante polígonos regulares, abrió las puertas a otros campos importantes de la matemática.

4.2.4. Ingeniero e inventor

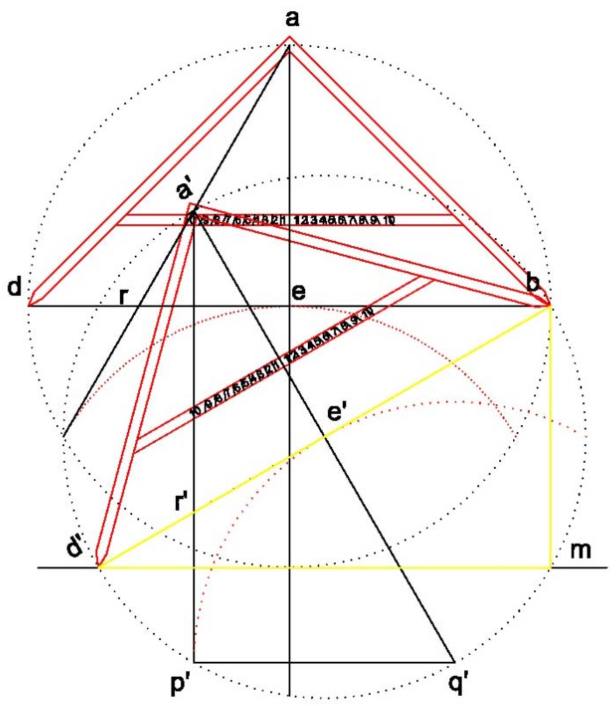
En cuanto a su labor como ingeniero, se le atribuye la autoría de un instrumento de navegación para hallar longitud y latitud en cualquier hora del día y la mejora del funcionamiento de las grúas de elevación para la construcción, así como la fabricación de un nivel, cuya demostración de funcionamiento fue analizado geométricamente por Crisóforo Clavio y por García de Céspedes por quien tenemos conocimiento de cómo era.

Según los estudios de Esteban Piñeiro y Vicente Maroto (1991) el estudio geométrico que realizó Crisóforo Clavio es incorrecto, siendo válido el de García de Céspedes, que aquí nos detendremos a analizar.

Céspedes explica que se parte de una circunferencia con centro en e de 10 pies de radio, siendo el vértice del nivel, de donde colgará la plomada, el extremo a, del diámetro vertical y las patas, las dos cuerdas que van desde el punto *a*, a los extremos del diámetro horizontal, obteniendo ab y ad. La traviesa de medida será un segmente paralelo al diámetro horizontal y situado tan próximo a él como sea posible. Para graduarlo primero se divide en 10 partes el diámetro ec y situándose en *c* se trazan 10 circunferencias cuyos radios coinciden con las 10 divisiones realizadas. Uniendo las intersecciones de estas circunferencias con la circunferencia de centro e, con el punto a, se obtendrán las graduaciones de 20 divisiones sobre la traviesa de medida.



El instrumento funciona al poner un pie más bajo que el otro, ya que la posición del instrumento corresponde a la obtenida por un giro de centro b y cuya amplitud depende del desnivel existente entre los pies.



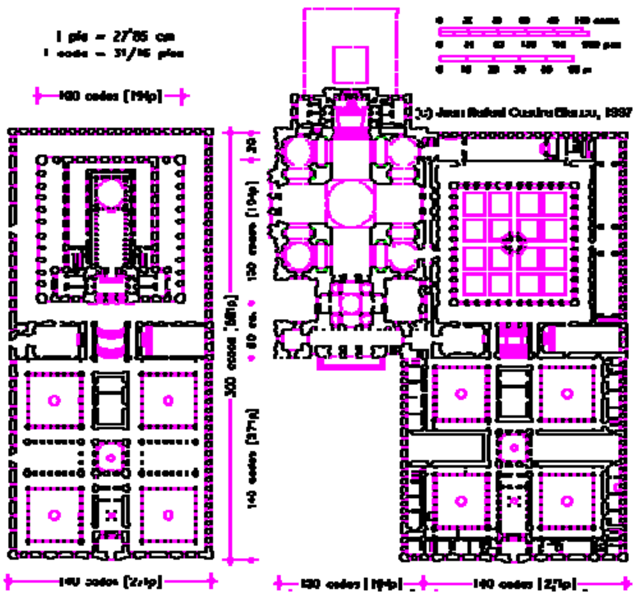
Céspedes demuestra, mediante varias proposiciones de los elementos de Euclides, que la medida que se toma es correcta. Realiza una demostración estableciendo que los triángulos are y $a'r'e'$ son iguales. A continuación demuestra que los triángulos $a'p'q'$ y $d'mb$ son semejantes por la relación de perpendicularidad de todos sus lados correspondientes y dado que $d'b$ y $a'q'$ son dos segmentos iguales en magnitud por ser ambos diámetros, los triángulos son iguales. Por lo que llega a obtener que $bm=p'q'$. A continuación demuestra que los triángulos $a'r'e'$ y $a'p'q'$ son semejantes por tener un ángulo en común y otro recto, con lo que $r'e'$, que viene a ser la lectura sobre la traviesa, está en correspondencia proporcional con $p'q'$ que es igual a bm, la magnitud que se pretende hallar.

4.3 Herrera creador: un nuevo orden métrico y geométrico

En el Renacimiento surgieron, sobretodo en Italia, múltiples tratado de arquitectura, especialmente debido al descubrimiento y traducción de Vitrubio, arquitecto romano que compiló el saber clásico. Sucedió una vuelta a los orígenes de la cultura y no sólo se bebió de fuentes clásicas, sino también bíblicas. Así Salomón era el epígono del Rey sabio, prudente gobernante. En más de una ocasión, vemos referencias a Felipe II como el nuevo Salomón, siendo su padre comparado a David el Rey guerrero. Salomón fue entre otros el constructor del primer templo de Jerusalén. En aquella época se hicieron muchos intentos de reconstruir sobre plano la configuración del templo. Felipe II compró multitud de libros sobre el Templo y llegó a financiar la traducción de Flavio Josefo, historiador romano que describió Jerusalén en el siglo I, al castellano (De la Cuadra, 1997).

Existen muchas hipótesis que relacionan la planta de El Escorial con el Templo de Salomón, más bien el de Herodes que es el que describió Josefo. No nos detendremos aquí a analizar esta relación en cuanto a la génesis arquitectónica, pero sí en cuanto a las unidades de medida utilizadas.

Surge una interesante traslación de unidades de medida entre el templo narrado y el Escorial configurado con la medida castellana impuesta en todos los reinos de España por Felipe II, que era la vara de Burgos. Esta unidad está descrita por el padre Sigüenza, que dejó señaladas las medidas con las que se proyectó El Escorial: “*el pie es una tercia de vara castellana, que tiene cuatro palmos, y cada palmo cuatro dedos, y cada dedo, cuatro granos de cebada ladilla*”. El codo babilónico usado para el templo de Salomón equivaldría, pues, a 4 x 7 = 28 dedos, pero al trasladarlo a dedos castellanos -algo menores - resultan 31 dedos. Puesto que un pie castellano tiene 4 palmos, es decir, 16 dedos y equivale a 27'86 cm, este codo sagrado babilónico mediría 53'98 cm (De la Cuadra, 1997).

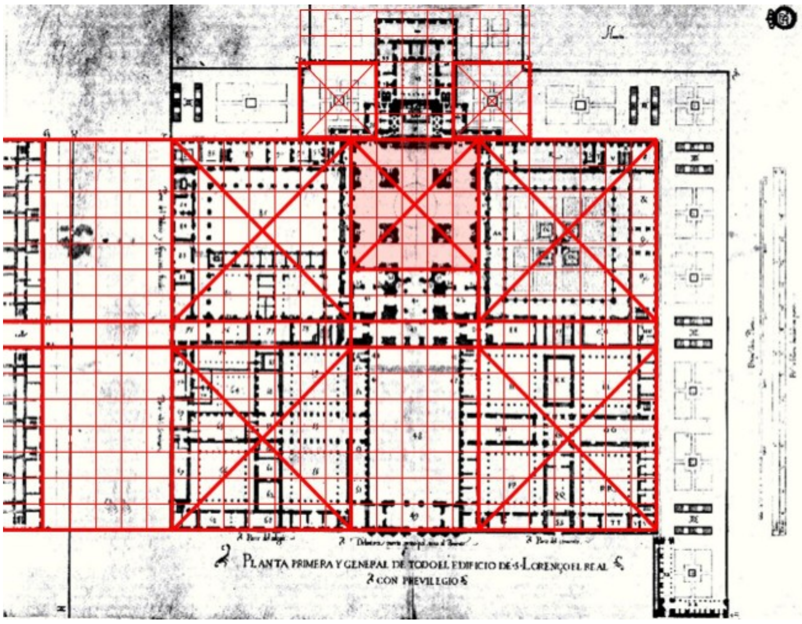


Hipótesis métrica del proyecto de El Escorial según Cuadra.

La hipótesis de Cuadra es que la primera idea de El Escorial debió basarse en el segundo Templo de Jerusalén, reconstruido según la descripción de Flavio Josefo. El Templo propiamente dicho, en forma de una "T" invertida de 100 codos, se situaba dentro del Atrio de los Sacerdotes. En la parte inferior, sus cuatro patios de servicios se separaban por una escalera del Atrio. Sus medidas totales eran de 140x300 codos.

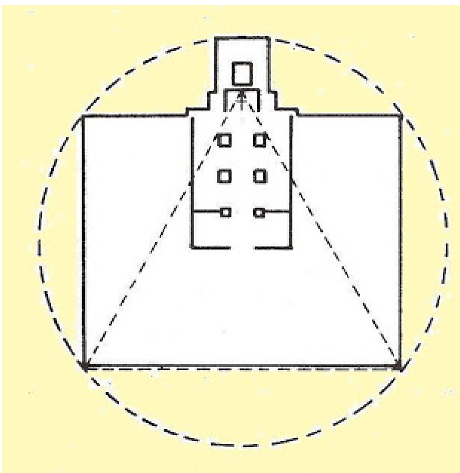
El esquema final de El Escorial es un edificio formado por dos rectángulos con un gran patio y cuatro patios menores, separados por un templo cuadrado de 100x100 codos. El total mediría 380x300 codos (736¼x581¼ pies). Esto es dos veces el ancho del templo de Salomón sumado a la iglesia que forma un cuadrado de 100 codos.

Por otra parte, la importancia del cuadrado y del cubo tanto como elemento modulador de la planta como para la obtención de las formas finales es crucial en el desarrollo de todo el edificio. Siguiendo el pensamiento de Herrera, reflejado en su *Discurso de la Figura Cúbica*, la planta puede ser entendida como el producto de dos números, obtenidos a partir de una unidad mínima o *"quadradillo"* de 20x20 codos. Según ello, sin contar con los aposentos reales detrás del altar mayor, el edificio cubriría una superficie de 19x15 = 285 unidades. La basílica tomaría el espacio de cuadrado de 25 unidades y cada zona del edificio serían en planta superficies cuadradas de 49 unidades. El patio de los evangelistas corresponde a un cuadrado de aproximadamente 16 unidades y los patios más pequeños son de 4 unidades.



Modulación realizada por De La Cuadra

A su vez, el edificio entero se puede inscribir en una circunferencia y si trazamos un triángulo desde los dos extremos de la fachada del edificio hacia el altar mayor, obtenemos una figura regular equilátera.



4.4 Herrera divulgador: La creación de la Real Academia de Matemáticas

Para Juan de Herrera, las matemáticas son muy necesarias, en sus propias palabras, "*a las cosas pertenecientes a los buenos ingenieros, arquitectos, cosmógrafos, pilotos, artilleros y otras artes dependientes de las dichas matemáticas, y muy útiles a la buena policía de la república*". En aquella época, existían cátedras de matemáticas como en la Universidad de Salamanca, pero estás estaban más orientadas a la astronomía estudiándose los griegos, Ptolomeo, Alfonso X y también Nicolás Copérnico, lo que supone una grandísima innovación, en un momento en que su estudio se está prohibiendo en toda Europa. Gracias a estas cátedras, se pudieron confrontar las ideas científicas con la experiencia de los navegantes, analizando la nueva imagen del orbe terrestre (Esteban Piñeiro, 2002).

Aun así, Juan de Herrera considerando que era necesario enseñar el fundamento matemático de varias ramas de la técnica, aconseja a Felipe II que funde una Real Academia de Matemáticas en 1582, siguiendo el modelo de la institución en Lisboa de *Escola dos moços fidalgos*, en la que según la consecuente orden de Felipe II deberían formarse "*hombres expertos y que entiendan bien las matemáticas y el arte de la arquitectura y las otras ciencias y facultades a ellas anejas*". Se entiende la matemática como el conocimiento base para otras disciplinas. Las lecciones de la Academia eran públicas para cualquier profesional que estuviese interesado en formarse en matemáticas, pero en la práctica estaba principalmente enfocada a formar a caballeros, nobles y cortesanos en su mayoría. Lope de Vega, por ejemplo, menciona en sus obras que fue alumno de la Academia (García Barreno, 1994).

Se establecía en las Cédulas reales que las lecturas y las funciones de los profesores estarían controladas por el Aposentador Mayor Juan de Herrera. Recoge Herrera en esta Institución, el hecho fundamental de que las lecturas se realizarán en "vulgar", es decir, en castellano, y no en latín, para salvar el obstáculo que para los no universitarios suponía el desconocimiento de la lengua clásica.

Herrera tiene una idea de una enseñanza interdisciplinar en la Academia, manteniendo la relación entre las ciencias, las cuales divide en:

- inteligibles: aritmética y geometría y
- sensibles: mecánica, astronomía, perspectiva, mensuradora, música y numeradora.

La Academia de matemáticas será dirigida en un principio por Juan Bautista Lavaña portugués, cartógrafo de renombre, y después serán titulares Pedro Ambrosio de Ondériz, cosmógrafo, geógrafo y traductor, Julián Ferrofino abogado y matemático milanés, Juan Cedillo Díaz matemático y cosmógrafo, y contará con colaboradores como Cristóbal de Rojas, ingeniero artillero. En 1625 la academia pasó a ser regentada por el Colegio Imperial de la Compañía de Jesús, y siguió así hasta 1769, fecha de la expulsión de los jesuitas. En 1783 Carlos III suprime el cargo de catedrático de matemáticas de la corte. A pesar de esta interrupción la actual Real Academia de Ciencias Exactas se considera heredera de la Academia de Matemáticas fundada por Felipe II a petición de Herrera.

Entre los logros de la Academia está la importante labor de traducción de tratados matemáticos al castellano como los *Elementos* de Euclides, el *Tratado de artillería* de Tartaglia, el estudio sobre las mareas de Galileo o parte de las teorías de Copérnico. La Academia fue impulsora de la lectura de tratados físicos e ingenieriles como la *Sphera del Universo* de Rocamora y Torrano o el *Tratado de Fortificación* de Cristóbal de Rojas. En un ámbito más teórico, se sabe que mantuvo una correspondencia con Cristóforo Clavio acerca su teoría de la proporcionalidad o sobre el tratado de los centros de gravedad de Guidobaldo dal Monte (García Barreno, 1994).

A la muerte de Herrera, la intención de una enseñanza interdisciplinar se comenzó a poner en duda y Felipe II separó las enseñanzas de arquitectura. Más tarde, se creó bajo la dirección de Firrufino una cátedra de fortificación y artillería. De modo que a partir de 1600, la Academia quedó como mera cátedra de matemáticas y cosmografía del consejo de Indias.

En su faceta de divulgador, Herrera también siguió con apasionamiento las investigaciones botánicas en América y Filipinas y fue impulsor de la difusión de la obra de Hernández, el médico naturalista que dirigió la primera expedición.

4.4.1 Proyecto de creación de escuelas de matemáticas en las principales ciudades de España

Juan de Herrera y Felipe II quisieron que la Academia fuera el modelo de escuelas públicas para el resto de ciudades de España. Se les ofreció ayuda a los municipios para promover estas escuelas aunque estas debían proveer el espacio y pagar algunos gastos. Se dijo que estos gastos serían una inversión ya que luego los oficios públicos que de las escuelas surgieran serían provechosos para las ciudades, con el consiguiente incremento del bienestar de la comunidad. Aun así, Segovia rehusó la idea por los costes, Granada alegó pobreza, León sugirió que era más rentable servirse de los Jesuitas para enseñar matemáticas, Salamanca dijo que ya contaba con una cátedra en la Universidad y sólo Burgos prometió su apoyo al proyecto.

De esta forma, después de casi cuatro años de discusiones en las Cortes de Castilla, fracasó el proyecto defendido por Juan de Herrera de establecer escuelas en las principales ciudades. Existieron dos razones para ello. Una, exclusivamente de carácter económico: los municipios y las Cortes de Castilla difícilmente podían hacer frente a nuevos gastos en un momento de quiebra económica debido a la revolución de los precios y cuando el Estado estaba creando más impuestos para hacer frente a los enormes recursos necesarios para controlar el Imperio. La otra, de naturaleza cultural y social: las oligarquías que dominaban las ciudades y villas castellanas eran incapaces de apreciar la importancia de disponer de técnicos con una adecuada formación, ni de sospechar la rentabilidad económica −aunque fuera a medio o largo plazo− que podía producir la actividad de tales técnicos (Esteban Piñeiro, 2002).

5. METODOLOGÍA DE TRABAJO:

5.1 Principios

La metodología propuesta para la enseñanza de la asignatura se basará en los siguientes principios:

- Posibilidad de experimentación de los fundamentos matemáticos para llegar a los mismos por un aprendizaje por descubrimiento.
- Contextualización histórica de los mismos. Se realizará por lo menos una excursión al año en coordinación con otro departamento a algún edificio o lugar significativo que pueda ser analizado matemáticamente.
- Realización de actividades interdisciplinares en torno a proyectos.
- Utilización de una técnica narrativa para presentar los diferentes temas.
- Refuerzo de la geometría y su relación con otras ramas de la matemática y con otras ciencias.

5.2 Metodologías para la enseñanza de las matemáticas de otros autores: Coxeter, Glaeser, Polya, Peralta

Peralta (2005) nos advierte de que es importante que los alumnos eviten los automatismos a la hora de resolver problemas o ejercicios. Para ello recomienda que se ayuda a los alumnos a:

- Eliminar la rigidez mental que consiste en repetir sistemáticamente métodos de resolución.
- Practicar una lectura crítica del enunciado para no asumir que todos los datos son necesarios o compatibles.
- Evitar que asimilen los bloques de las unidades didácticas como ramas de la matemática demasiado compartimentados y que por ello no pueda ver la unidad de la asignatura. Por eso se le deberá exigir siempre que se limite a repetir la metodología propuesta en cada tema sino que tenga una mayor flexibilidad.

Glaeser (1989) por su parte nos recuerda la importancia esencial de la capacidad de expresión oral y escrita y la necesaria recuperación de la enseñanza de la Geometría como:

- Ciencia del espacio
- Modelo de Precisión
- Estimulante del raciocinio
- Lenguaje heurístico

Coxeter resalta en su libro de *Geometría Revisitada* (1967) la importancia de la geometría para el desarrollo del razonamiento deductivo en los alumnos.

Finalmente Polya (1945) ofrece una imprescindible guía de cómo se deben resolver los ejercicios matemáticos, que es a su vez una guía para el docente que pretende plantear problemas adecuados y ayudar al alumno para que se inicie en el método heurístico. Para ello sugiere cuatro pasos principales:

- Comprender el problema: conocer la incógnita, los datos y la condición y analizar de ésta última su insuficiencia, redundancia o contradictoriedad.
- Concebir un plan: comparar el problema dado con otros problemas conocidos, ser capaz de enunciarlo de otro modo con palabras propias y empezar por una parte para llegar al todo.
- Ejecutar el plan con cuidado y saber demostrar todo lo que se hace y por qué.
- Verificación del resultado y capacidad de entender integralmente el problema ya resuelto.

5.3 Metodología propuesta

1. En cada curso se elegirá en coordinación con otros departamentos, preferentemente no de ciencias, una excursión que servirá para analizar un objeto artístico o cultural desde múltiples disciplinas. A partir de ahí se creará un proyecto de trabajo. Esto requiere un trabajo coordinado por parte de los docentes que deberá ser decidido a principio de curso. (ver tabla 1)

2. Introducción a los temas matemáticos mediante una narración contextualizada históricamente.

3. Planteamiento de los postulados mediante un ejercicio práctico en el que el alumno debe descubrir por sí mismo la necesidad de los mismos.

4. Obtención de los teoremas de forma empírica, guiada por el profesor, pero manipulada por los alumnos.

5. Parte de la evaluación de todos los temas incluirá la resolución de un problema que el alumno resolverá por procedimiento hipotético-deductivo, de forma geométrica.

Se plantea la siguiente plantilla para ser trabajada por los docentes de los diferentes departamentos a principio de curso y revisada por el jefe de estudios para confirmar su viabilidad:

Tabla 1:

Proyecto ……….

Tema:	Curso:	Asignaturas involucradas:	Actividades de aula:	Metodología específica/ estrategias	Objetivos:	Competencias:

Más concretamente, de cada actividad el docente de matemáticas realizará una ficha que incluya los siguientes datos:

Título	
Curso	
Secuenciación Unidad / Relación	
Contenido	
Contexto histórico	
Objetivo	
Interdisciplinariedad	
Competencias	

De aquí se destaca que:

- La **secuenciación de unidad** es la especificación de la unidad didáctica que se está trabajando y su relación específica con otras unidades;

- El **contexto histórico** servirá para ayudar a relacionar la actividad con un momento de la historia y de una manifestación cultural;

- La **interdisciplinariedad** trata de las otras asignaturas que estarán relacionadas con dicha actividad temática;

- Las **competencias** serán aquellas que sean desarrolladas a raíz de la realización de la actividad.

6. ACTIVIDADES CONCRETAS DE APLICACIÓN EN EL AULA

Elaboraremos un proyecto de trabajo alrededor de la figura de Juan de Herrera y del acercamiento a la matemática del siglo XVI en España. Planteamos el siguiente cuadro para propuestas de coordinación con otras asignaturas de las programaciones del curso, que denominaremos "Proyecto Herrera", y que nos dará las pautas para las posibles actividades. Para ello nos basamos en los contenidos de las asignaturas establecidos en el RD 23-2007.

Proyecto Herrera

Tema:	Curso:	Asignaturas involucradas:	Actividades de aula:	Metodología específica/ estrategias	Objetivos en matemáticas:	Competencias:
Polígonos regulares	1º ESO	- Matemáticas (Perímetros y áreas) - Educación plástica y visual (Representación de formas planas)	-Tomar la planta del edificio de El Escorial y obtener las figuras geométricas presentes en ella. - Obtener los valores de las superficies de forma geométrica	- Dibujo mediante regla y compás. - Cálculo geométrico.	Adquirir una concepción espacial a partir de un objeto real de los elementos y postulados geométricos	-Cultural y artística -Comunicación lingüística -Conocimiento e interacción con el mundo físico.
Parámetros Estadísticos	4º ESO Opción B	- Matemáticas (Parámetros de dispersión y centralización) - Historia (La Ilustración: pensamiento y ciencia)	- Búsqueda de información sobre las unidades de medida en diferentes épocas y culturas. - Cálculo a partir de dicha información de parámetros estadísticos.	- Exposición de un trabajo por grupos. - Elaboración de tablas de cálculos de parámetros estadísticos.	Conocimiento histórico y matemático de una herramienta de uso cotidiano	-Tratamiento información -Comunicación lingüística -Conocimiento e interacción con el mundo físico. -Aprender a aprender
Semejanza y simetría central	3º ESO	- Matemáticas (Semejanza de triángulos) - Física (Introducción a la metodología científica: tomas de datos)	- Construir en tres o más equipos el nivel para medición de desniveles de Herrera. -Elaborar una plantilla de tomas de datos a lo largo de un camino y contrastarla con los demás equipos	- Trabajo de construcción manual en equipos. - Toma de datos.	Experimentación práctica con los postulados geométricos derivados del Thales, previos al aprendizaje de la trigonometría.	-Conocimiento e interacción con el mundo físico. -Social y ciudadana -Autonomía e iniciativa
Números y medidas	2º ESO	- Matemáticas (Números enteros, fracciones y medidas) - Literatura (La métrica del renacimiento)	- Realizar ejercicios basados en los conceptos numéricos presentes en el Renacimiento: enteros y fracciones, tanto en clase de matemáticas como de literatura	- Resolución de ejercicios y problemas. - Análisis de poemas.	Resolución de problemas de forma flexible y adaptada a los medios disponibles.	- Conocimiento e interacción con el mundo físico -Aprender a aprender -Autonomía e iniciativa
Combinatoria	1º Bach.	- Matemáticas (combinatoria) - Filosofía (Lógica del lenguaje, Realismo e idealismo)	- Por medio del estudio de la filosofía luliana, introducción a los conceptos de combinatoria - Resolución problemas comparativamente	- Resolución de ejercicios y problemas. - Ejercicio de disertación acerca de un postulado filosófico de Herrera.	Contextualización de los orígenes de una ciencia contemporánea como la computación	-Cultural y artística -Comunicación lingüística -Conocimiento e interacción con el mundo físico.

Visita al Monasterio de San Lorenzo de El Escorial.

Se plantea al comenzar el curso realizar una excursión al Monasterio de San Lorenzo de El Escorial. Se organizará la excursión por grupos divididos según los ciclos (1er ciclo, 2º ciclo y Bachillerato). Cada grupo irá con tres profesores de distintas disciplinas que se coordinarán más adelante en su propuesta de actividades. En esta actividad en cuanto a la matemática, se pone en práctica la experimentación de la geometría en la arquitectura, la captación de la motivación de los alumnos hacia la matemática por medio de la narrativa y la contextualización histórica de los conocimientos matemáticos.

Para ello se les habrá dado en clase de historia una somera explicación de lo que es el Monasterio de San Lorenzo de El Escorial, de la que serán evaluados (en cursiva describimos las explicaciones que se darán a los alumnos):

La idea de realizar un panteón para los reyes de España fue una petición que Carlos V hizo a su hijo. Felipe II concibió así la idea de crear un panteón, asociado a un monasterio de la orden jerónima, y al que quiso asociar un palacio real, -al igual que tuvo Carlos V en Yuste- y también una escuela. El Escorial es así la creación ex Novo de un templo del saber que debía representar toda la "modernidad" del conocimiento.
Este templo debía regirse por leyes y medidas que fueran universales, que representaran la convergencia de todo el Imperio. Lo primero era elegir un lugar y éste fue escogido por el mismo monarca en las estribaciones de la Sierra de Guadarrama -el centro geográfico de la Península Ibérica-, a 1.000 metros de altura.
Los planos del Monasterio de El Escorial fueron comenzados por Juan Bautista de Toledo que debía realizar todo un programa complejo, de Panteón, Monasterio, Palacio y Escuela en un solo edificio, casi en un único y reconocible volumen.
Se generó así la creación de un proyecto global.

Durante la visita, el docente de matemáticas, se detendrá a analizar algunos espacios de El Escorial, despertando así el interés de sus alumnos por el arte, la ingeniería y la geometría en su conjunción.

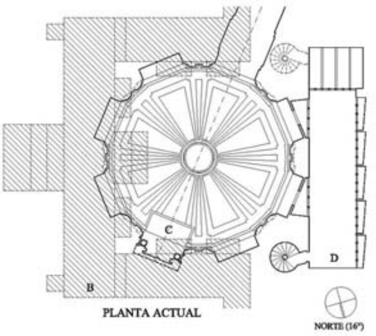
1. *La bóveda plana sotacoro*: 

Geométricamente el problema de una cúpula siempre ha sido el encuentro entre la esfera y el cuadrado, cosa que se ha resuelto por medio de las pechinas o trompas de forma más o menos hábil. (Se les mostrará la cúpula principal de la basílica donde se percibe esto perfectamente).

A los pies de la basílica nos encontramos con una bóveda muy particular: ¡es plana! La bóveda plana soporta el coro y es una ingeniosísima obra de ingeniera que *necesita de un conocimiento de estereotomía muy avanzado. La bóveda está construida como una auténtica bóveda romana con 8 hiladas de piedra concéntricas cortadas presumiblemente en forma tronco cónica de manera que se apoyan unas en otras y se soportan debido al empuje horizontal.*

La solución planteada por Herrera es perfecta en cuanto a que es continua sin elementos de transición. Cabe preguntarse, al ser plano, si la superficie es realmente un círculo o un cuadrado. El juego geométrico, óptico y estructural es completo, casi podríamos llamarlo una "cuadratura" de la cúpula o del círculo. No es de extrañar que Herrera se hubiera ocupado de este tema del que estaba persuadido que existía una solución matemática.

Se les mostrará a los alumnos la pintura de la Gloria sobre el coro que representa a Dios Padre e Hijo con los pies apoyados sobre un cubo, símbolo de la perfección y la plenitud en la mentalidad renacentista de Herrera.



2. <u>*El Panteón:*</u>

El propósito original de El Escorial era crear un enterramiento para la dinastía Habsburgo y así este espacio puede considerarse el "corazón" del monasterio. Aunque posteriormente intervinieron varios arquitectos en el panteón, Juan Bautista de Toledo y Herrera proyectaron una sala circular con una bóveda en forma de media esfera y cuyo arranque se sitúa a la misma altura que su radio a partir de la base de los enterramientos, obteniendo así una forma esférica perfecta inscrita en el espacio.

3. <u>*La Biblioteca:*</u>

Este espacio, es el "tesoro" del monasterio, está ubicado en un lugar principal, cerrando el patio de Reyes, sobre la entrada a todo el conjunto, de manera que cualquiera que entre al Monasterio–Palacio pasará por debajo del espacio destinado *a albergar todos los conocimientos de la época, recordándonos así que accedemos a un templo del saber.*

La biblioteca se configura como una gran bóveda de cañón semicilíndrica alargada. Esta bóveda está dividida en siete zonas, cada una de las cuales está ornamentada con pinturas al fresco que representan las siete artes liberales: el Trívium (Gramática, Retórica y Dialéctica) y el Quadrivium (Aritmética, Música, Geometría y Astrología). Pediremos a los alumnos de primer ciclo que midan el espacio en cuanto a su ancho y largo con una cinta de medir que habremos llevado (54 x 9 m en planta). Les pediremos que hallen las relaciones de proporción entre unas medidas y otras para ver si son enteras o decimales y les ayudaremos a reflexionar sobre qué impresión produce un espacio de esas características, al crear un juego óptico de infinitud.

Las pinturas representadas en la Biblioteca unifican la tradición griega con la hebrea. Vemos una representación de Salomón con la Reina de Saba y un misterioso acertijo matemático bajo el cual se indica que "todo tiene medida, peso y número"; la filosofía se representa señalando una esfera, la escuela de Atenas tiene en su centro los poliedros regulares; la aritmética y la geometría son representadas como poderosas sibilas.

4. <u>Volumetría general del edificio:</u>

Ante todo se debe resaltar la importancia del cuadrado en todos los patios así como la modulación por repetición de las fachadas, algo típicamente renacentista.

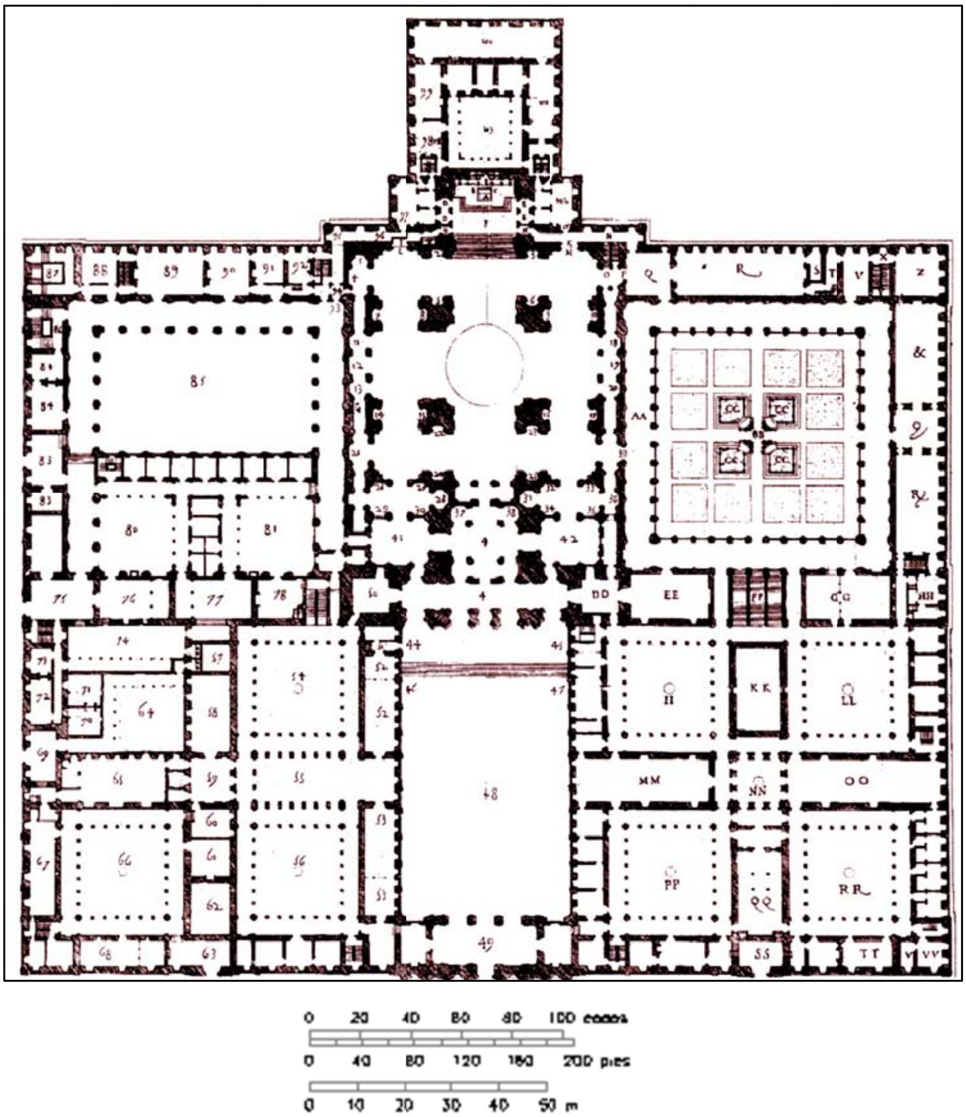
Los espacios vacíos están formados por cuadrados y el patio de los Reyes es un rectángulo de "divina" proporción. Pediremos a los alumnos de primer ciclo que midan el espacio en cuanto a su ancho y largo. Les pediremos que hallen las relaciones de proporción entre unas medidas y otras para ver si son enteras o decimales y les explicaremos que acaban de descubrir el número Φ.

ACTIVIDADES DE MATEMÁTICAS:

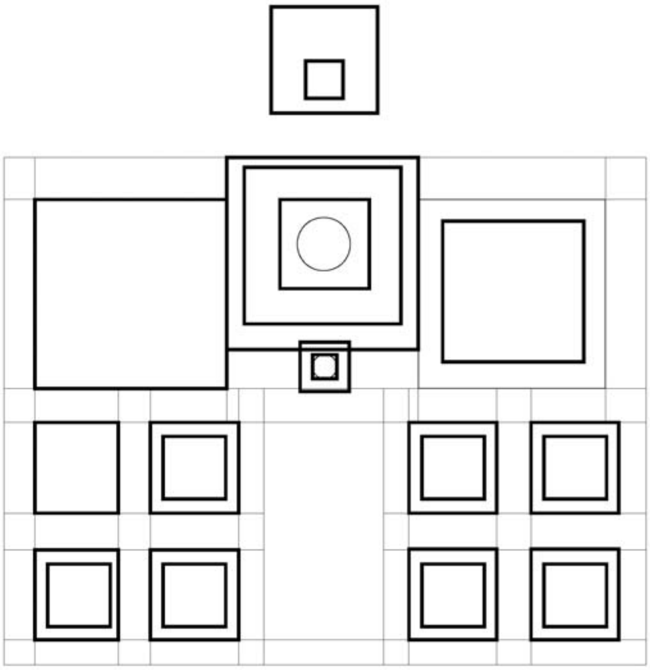
ACTIVIDAD 1:

Título	**Polígonos regulares**
Curso	1º ESO
Secuenciación Unidad / Relación	Geometría (1 sesión de Matemáticas y 1 de Ed. Plástica), Relación con Números naturales
Contenido	Clasificación de figuras planas y cálculo de áreas. Potencias y cuadrados perfectos.
Contexto histórico	Geometría renacentista
Objetivo	Adquirir una concepción matemática espacial a partir de un objeto.
Interdisciplinariedad	Con Educación Plástica y visual. Representación de formas planas
Competencias	Cultural y artística; Comunicación lingüística; Conocimiento del mundo

1. Se les entregará a los alumnos la siguiente hoja con la planta del edificio de El Escorial:



2. En clase de plástica deberán hallar con la ayuda de un papel cebolla todos los cuadrados que se ven en la planta, aunque sean aproximados.
   Se les dirá que peguen con celo la hoja con el dibujo de laplanta a la mesa y el papel cebolla sobre él también.
   Obtendrán una planta similar a esta:



3. El trabajo realizado lo deberán llevar a la siguiente sesión de clase de matemáticas.
   En clase por grupos de cuatro contestarán a las siguientes preguntas.

   a) ¿Cuántas figuras cuadradas has encontrado en la planta del Monasterio de El Escorial?
   b) De acuerdo a la escala proporcionada, calcula el área en codos cuadrados del cuadrado más pequeño.
   c) Calcula el área en pies cuadrados del Patio de los Reyes.

   d) Calcula el área en metros cuadrados de la suma de todos los espacios que no están cubiertos. (Patio de los Reyes y patios delimitados por columnas).

   e) Calcula la longitud y el ancho en pies del Patio de los Reyes y obtén el perímetro.

   f) Divide la longitud entre el ancho obtenidos.

   g) Divide ahora el perímetro entre el doble de la longitud. ¿Qué observas en los resultados?

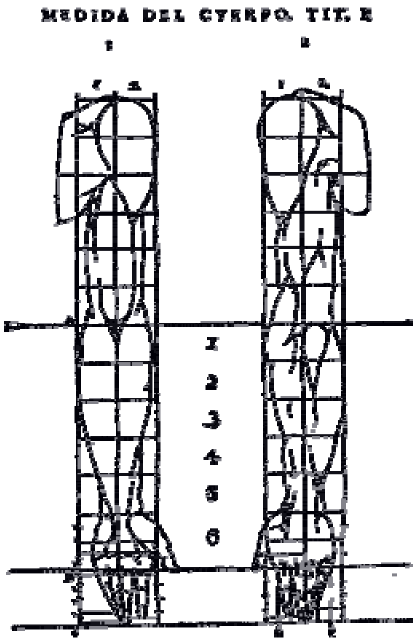
4. Se corregirán los resultados conjuntamente.
5. A continuación se les planteará que resuelvan individualmente el siguiente problema que deberán entregar al docente:

   Con la ayuda del compás, traza un círculo que circunscriba al edificio incluyendo los aposentos reales. Dibuja un triángulo equilátero de manera que uno de sus lados coincida con la fachada principal del edificio.
   Explica donde crees que se sitúa el tercer vértice y por qué de acuerdo al significado del Monasterio.

ACTIVIDAD 2:

Título	**Parámetros Estadísticos**
Curso	4º ESO Opción B
Secuenciación Unidad / Relación	Estadística (1 sesión de Matemáticas y 1 de Historia y un trabajo para casa), Relación con Geometría, Thales.
Contenido	Parámetros de dispersión y centralización. Teorema de Thales, Tma de la altura.
Contexto histórico	Historia de las unidades de medida
Objetivo	Conocimiento histórico y fomento de la educación crítica acerca de una herramienta de uso cotidiano.
Interdisciplinariedad	Con Historia. La ilustración: pensamiento y ciencia.
Competencias	Tratamiento información; Comunicación lingüística; Conocimiento del mundo; Aprender a aprender

1. Se les presentará en clase de Historia, mediante el proyector, la siguiente imagen acerca de las medidas del cuerpo, según Juan de Arfe, orfebre renacentista español.



Juan de Arfe. De varia conmensuración. (1585)

Se dará a los alumnos una breve explicación del desarrollo de los instrumentos de medir basados en el cuerpo humano desde la Antigüedad: dedos o pulgadas, pies, codos y palmos. Para medir cosas poco precisas esto era suficiente, ya que las medidas coinciden aproximadamente. No obstante, por razones prácticas se diferenció entre el codo sagrado o real que era la medida desde el codo al final de la mano abierta y el codo vulgar que era la medida hasta el puño cerrado. Este era más cómodo para medir con una cuerda extendida y enrollarla posteriormente entre el pulgar y el codo. El número de vueltas multiplicadas por dos nos daría el número de codos vulgares medidos con la cuerda.

Después de la caída del Imperio romano y a lo largo de la Edad Media, los reinos independientes, entre sí, introdujeron instrumentos de medir ajenos al cuerpo humano, como sucedió en castilla con las varas. Se dejaba la vara en algún lugar público que pudiera ser comprobada por todos. No obstante cuando creció el comercio esta diversidad de medidas creaba conflictos. Felipe II ordenó que la medida para todos los reinos de España fuera la vara de Burgos, pero a pesar de ello no se llegó a implantar con facilidad.

Fueron los revolucionarios ilustrados franceses los que establecieron el Sistema Métrico Decimal actual y las campañas napoleónicas las que lo difundieron por Europa, aunque no sin dificultad. El metro actual está definido como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre, cuyo patrón se reprodujo en una barra de platino iridiado. El original se depositó en París y se hizo una copia para cada uno de los veinte países que adoptaron el acuerdo de medida. Este cálculo pretendía así otorgar de carácter de universal la medida dada. Aunque se comprobó más tarde que la medida del meridiano no es del todo correcta, su éxito radica en la buena calidad de la barra de platino que no se deforma con el tiempo. Los medios actuales permiten reproducciones del metro totalmente fidedignas. Aun así los países anglosajones mantienen unas medidas que se relacionan con los pasos, los pies y las pulgadas, es decir con el cuerpo humano. Estas medidas están presentes a nuestro alrededor en la industria y la ferretería.

2. Ejercicio acerca de las diferentes medidas que se han considerado para el codo vulgar y el codo sagrado. Se les pedirá a los alumnos que busquen en la biblioteca información sobre unidades de medida en diferentes épocas y culturas y que hagan una tabla parecida a la siguiente con un mínimo de 5 datos diferentes:

Autor	**Año, obra y pág.**	**C.vulgar cm**	**C.sagrado cm**	**Dedos del codo sagrado**
Antigüedad y Edad Media				
Herodoto	s.IV a.C: *Historia* I, cap. 178.3, p. 236	--	53,98	31
Vitruvio	s.I a.C: *X Libros Arquitura*, III.II, p. 58	44,19	--	24
Plinio	s.I d.C: *Historia Natural*, VI.XXVI, p. 288	44,19	61,465	33¼
Orígenes	s.III: *Coment. Ezequiel* (cfr. Kircher, p. 39)	--	176,76	96
Maimónides	1187: *Misnah* I, pf. 92 (cfr. J. León, II.I)	--	48,76	28
Renacimiento				
J. de Prado	1593: *Compendio*, II.VII.III, p. 68	41,79	76,62	44
J. Sigüenza	1605: *Descripción Monast.* II.XXII, p. 607	41,79	(antrp.)	24
Villalpando	1605: *In Ezechielis Explanationes* III, t.VII	41,79	79,23	45½
J. Capell	1607: *De Mensuris*, lib. III, cap. VIII, p. 24	--	55,23	31¾
M. Esteban	1615: *Compedio Templo Salomón*, p. 74	34,82	41,79	48
Barroco				
J. Judá León	1665: *De Templo Hierosolym.* II.I, p. 36	41,79	55,72	32
A. Kircher	1673: *El Arca de Noé*, I.II.VIII, p. 41	41,79	--	24
J. Caramuel	1678: *Arquit. recta y oblícua*, pr.IV.I, p. 22	41,79	55,72	32
John Greaves	1690: Cfr. Lamy, *Introd.*, p. 350	--	55,56	31½
I. Newton	1695: *Dissertation Cubit*, p. 405-433	44,19	52,39	--
Bernard Lamy	1696: *Introducción Escrituras*, p. 350	--	50,77	29¼
S. XVIII y XIX				
Richard Simon	1717: *Grand Dictionnaire Bible*, II, p. 56	--	51,92	$29^{11}/_{29}$
Vázquez Queipo	1737: *Dissertation upon Sacred cubits* II, p. 409	--	55,55	--
M. de Vogüe	1864: *Le Temple de Jérusalem*, lám. XIV	--	52,50	--
M. P. Larousse	1869: *Grand Dictionnaire Univ.* C-5, p. 294	42,40	67,70	--
P. Smyth	1880: *Our Inheritance..*, p. 583	--	63,74	(1)
Torres Amat	1884: *Sagrada Biblia*, pp. 9, n. 778	41,79	49,40	--
D.E. Hispano Americano	1890: t. V, p. 374; codo geométrico/real	41,80	57,40	--

En clase se les revisará el trabajo realizado y se les pedirá que en grupos de cuatro establezcan, a partir de las medidas obtenidas, lo siguiente:

a) *Obtén la media aritmética, la frecuencia, la moda, la mediana, la varianza y la desviación típica del codo vulgar y del codo sagrado. Se les pedirá que comprueben los resultados obtenidos.*

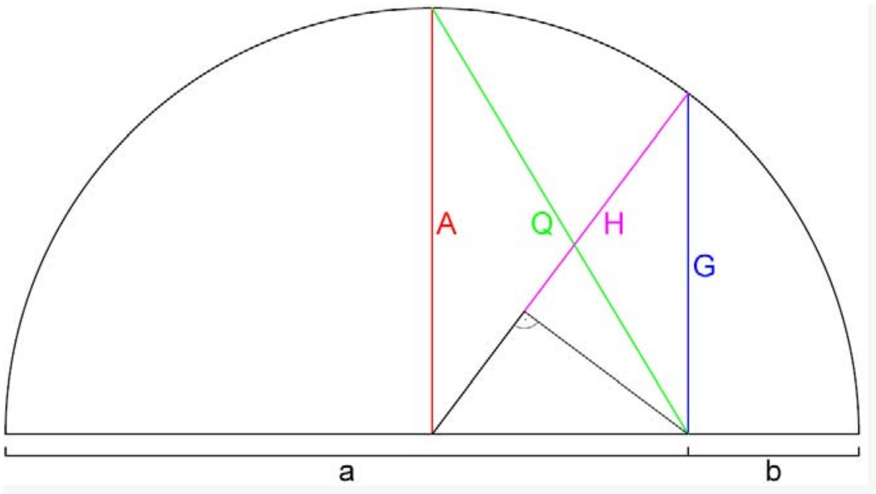
b) *¿Qué diferencia media existe entre el codo sagrado y el codo vulgar?*

c) *Toma las medidas del codo vulgar y real de los cuatro miembros de tu grupo y halla los parámetros de centralización y de desviación. Compara los datos con los obtenidos anteriormente y explica el resultado.*

d) Individualmente se les pedirá que resuelvan un problema al finalizar la clase:

Se dice que la estatura de las personas ha ido en aumento, por ejemplo en Europa los varones medían una media de 183 cm (en 2004), mientras que en 1894, medían un promedio de 167 cm (16 cm menos).

1. *Demuestra que en el dibujo adjunto A es la media aritmética de a y b ((a+b)/2), G es la media geométrica(√a.b) y H es la media armónica (2ab/(a+b)).*



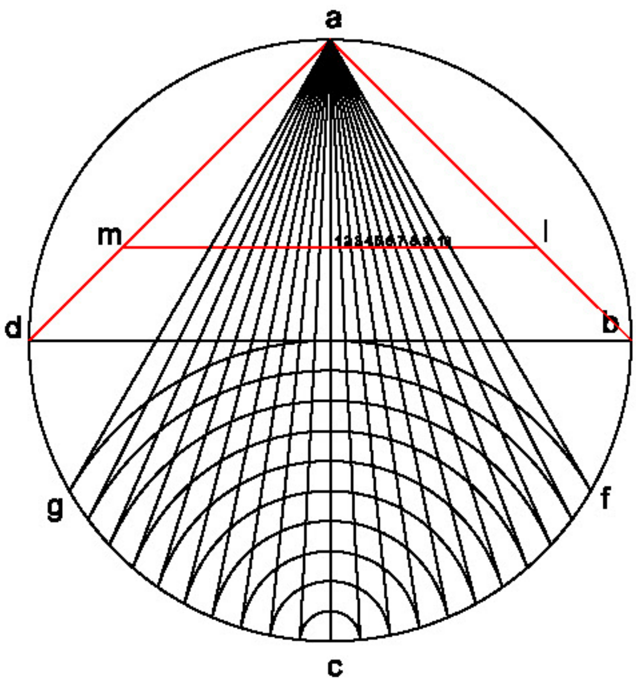
2. *¿Qué sucede con las medias de a y b si se asemejan sus medidas? Explícalo geométricamente.*

3. *¿En el caso de tener un listado de diferentes medidas, como hemos visto, es útil conocer la media geométrica?*

ACTIVIDAD 3:

Título	**Semejanza y simetría central**
Curso	3º ESO
Secuenciación Unidad / Relación	Geometría (2 sesiones de Matemáticas y 1 de Física), Relación con proporcionalidad.
Contenido	Semejanza de triángulos. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes.
Contexto histórico	Construcción e ingeniería en el siglo XVI
Objetivo	Experimentación práctica del teorema de Thales y postulados geométricos no trigonométricos.
Interdisciplinariedad	Con Física. Metodología científica: toma de datos.
Competencias	Social y ciudadana; Autonomía e iniciativa; Conocimiento del mundo; Aprender a aprender

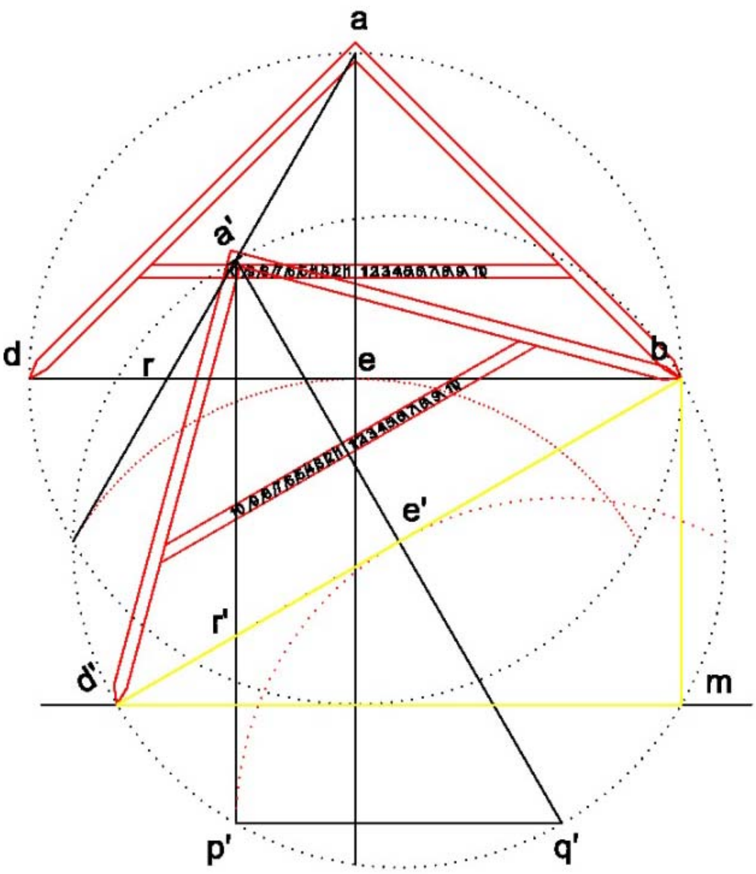
1. Se organizarán cuatro equipos en clase para construir el Nivel de Herrera. El docente aportará a la clase material de maquetas formado por láminas de madera de balsa, alambre, cuerda y cola para la ejecución y láminas de papel DIN-AO extendido.
   Se retirarán las mesas de clase y se trabajará sobre el suelo de la clase sobre los papeles.
   Se proporcionará a los alumnos el siguiente dibujo explicativo para la ejecución del nivel, indicándole que debe comenzar por trazar una circunferencia de 100 cm de diámetro. Las estacas y la traviesa es lo que deben construir, de forma que se pueda poner de pie. Cada punto será la unión entre los elementos mediante alambre.



   Mientras están trabajando, se les explicará brevemente quien fue Juan de Herrera y sus principales obras. Esto durará toda la sesión y en clase se probará la correcta medida de algún desnivel del suelo con la silla o con la mesa. Se les explicará que la verdadera utilidad es para reconocer desniveles en terrenos donde la referencia horizontal no es clara.

2. En la sesión siguiente de clase de física se realizará el levantamiento topográfico de un trozo de camino de aproximadamente 5 metros de largo con la ayuda del nivel.
   Se les pedirá a los alumnos que se organicen para plasmar correctamente la toma de datos: unos estarán encargados de dibujar el camino en planta indicando cada metro el desnivel obtenido, los otros asegurarán la correcta medición del desnivel.

3. En la sesión siguiente en clase de Matemáticas se les pedirá resolver individualmente el problema de la demostración mediante semejanza de triángulos, de la correcta forma de medir con el nivel de Herrera. Se les proporcionará para ello la siguiente figura:



ACTIVIDAD 4:

Título	**Números y medidas**
Curso	2º ESO
Secuenciación Unidad / Relación	Números (1 sesión de Matemáticas y 1 de Literatura), Relación con geometría.
Contenido	Números enteros, divisibilidad, fracciones. Calculo de Áreas.
Contexto histórico	Pensamiento idealista en el siglo XVI
Objetivo	Resolución de problemas de forma flexible adaptada a otras denominaciones de los conceptos.
Interdisciplinariedad	Con Literatura. Métrica en la poesía del Renacimiento.
Competencias	Autonomía e iniciativa; Conocimiento del mundo; Aprender a aprender

1. Se planteará a los alumnos una serie de ejercicios basados en los escritos de Herrera sobre geometría, de la siguiente forma:

a) *Herrera en su "Discurso sobre la figura cúbica", siguiendo los Elementos de Euclides, llamó números superficiales a los que son producto de dos números enteros mayores que 1, y números sólidos a los que son producto de tres números enteros mayores que 1.*
Indica en la siguiente lista qué números son superficiales, cuáles pueden ser también sólidos o cuales no son ninguna de las dos cosas.

a) 6
b) 35
c) 143
d) 12
e) 60
f) 119
g) 18
h) 3600
i) 13
j) 24
k) 66
l) 25
m) 27

Existen números superficiales cuadrados y números sólido cúbicos. Indica si alguno de estos lo son.

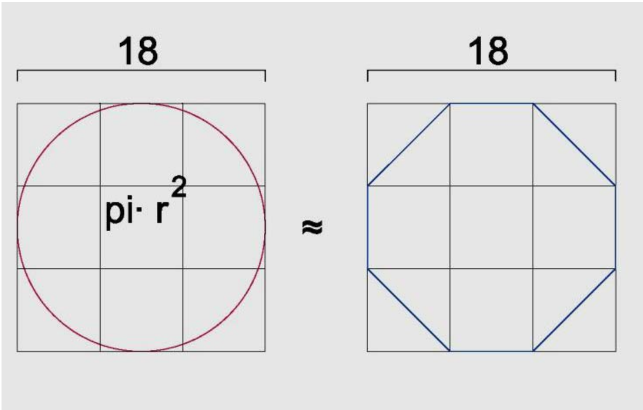
b) *¿Es correcto decir que todo número sólido puede ser también superficial? ¿Por qué?*

c) *¿Cuantos divisores, mayores que 1, tiene el número 60? ¿Cuántos factores primos tiene?*

d) *Indica si es verdadera o falsa la siguiente afirmación:*
Los divisores de un número son todas las posibles combinaciones de productos de sus factores primos, siempre que el resultado sea menor que dicho número.

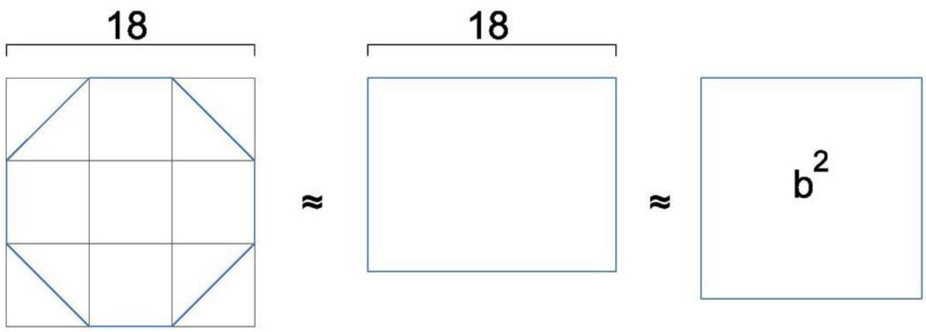
e) *Herrera se interesó por la posibilidad de realizar la "Cuadratura del Círculo", esto suponía encontrar un cuadrado que poseyera un área que fuera igual a la de un círculo dado. Todavía en aquella época el valor de Л era aproximado y por ello se buscaba obtener un método geométrico exacto.*

1. *Por aproximación se puede asemejar el área del círculo a la del octógono mostrado: Obtén el valor del área del octógono de la figura mostrada.*
2. *Obtén el valor de Л de esta forma.*



(Solución: el área de cada cuadradillo es 6x6=36 y el octógono ocupa 7 cuadradillos así que el valor de su área es 36x7=252. Si dividimos el área obtenida entre r^2, esto es 252/81= 3.1111 obtenemos que Л=3.1111)

3. *Intentaremos asimilar el área del octógono a la de un cuadrado perfecto. Busca el lado de ese cuadrado de manera que sea un número entero. Para ello halla primero el lado del rectángulo de lado 18 y misma área que el octógono.*



4. *Halla el número superficial cuadrado más cercano al valor del área obtenida. Obtén Л a partir de este otro valor de superficie. Compara los resultados.*

En la clase de Literatura, mientras tanto, estaremos analizando la métrica renacentista por medio del estudio de algún poema de Garcilaso de la Vega.

ACTIVIDAD 5:

Título	**Combinatoria**
Curso	1º Bachillerato Ciencias
Secuenciación Unidad / Relación	Estadística (1 sesión de Matemáticas y 1 de Filosofía), Relación con geometría.
Contenido	Variaciones y combinaciones. Representación visual y geométrica.
Contexto histórico	Orígenes de la computación en el s. XIII
Objetivo	Contextualización histórica de los orígenes de una ciencia contemporánea. Lenguaje matemático de signos.
Interdisciplinariedad	Con Filosofía. Lógica del lenguaje, realismo e idealismo.
Competencias	Cultural y artística; Comunicación lingüística; Conocimiento del mundo

1. Se propone un ejercicio que relación filosofía y matemáticas por medio del Ars combinatoria de Llull y la interpretación de Juan de Herrera.

   En el siglo XIII, Raimundo Lull construyó una máquina lógica donde los conceptos filosóficos y teológicos estarían organizados en tres discos concéntricos divididos cada uno en 9 partes. Al operar unos diales y palancas, girando manivelas y dando vueltas a un volante, las proposiciones y tesis se movían a lo largo de unas guías y se detenían frente a la postura positiva (certeza) o negativa (error) según correspondiese. Una especie de ordenador antes de que existieran las llamadas ciencias de la computación.

Maquina Lógica de Llull.

   a) *En un principio Llull quería crear las combinaciones posibles de los 9 elementos en los que divide los círculos tomados de 3 en 3 sin repeticiones. Calcula el número de combinaciones que se obtendrían así.*

   (Solución: $C_9^3 = \frac{9!}{3!\,(6)!} = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6!}{3!\,(6)!} = \frac{504}{6} = 84$ *)*

   b) *Más tarde calculó el número de combinaciones con repetición que se producirían. Halla este valor.*

c) *Calcula el número de permutaciones circulares que se repetirían en uno de los discos, si los 9 conceptos de Llull no tuvieran que estar ordenados de una forma concreta.*

A continuación, introduciremos el tema de Juan de Herrera en relación con la combinatoria de Llull. En la clase de Filosofía mientras tanto habremos analizado mediante un ejercicio de disertación la frase de Herrera: "*Todo lo que es tiene obrar*."

En el siglo XVI, Juan de Herrera quiso trasladar esta representación de las combinaciones de Llull a una figura cúbica en la que cada dimensión cumpliría las funciones de uno de los discos para obtener todas las combinaciones posibles de los 9 elementos tomados de 3 en 3.

d) *Dibuja esta figura y obtén geométricamente el número de agrupaciones posibles.*

e) *¿Qué representa ahora este valor?*

(Solución: $VR_9^3 = 9^3 = 729$ *)*

f) *¿Crees que la representación geométrica de Herrera de la combinación posible de las categorías es más o menos adecuada para el propósito filosófico de Llull?*

7. CONCLUSIONES

Las situaciones planteadas, por medio de una aproximación a la ciencia matemática en la España del siglo XVI y a las aportaciones científicas de Juan de Herrera, suponen una rica fuente de posibilidades de aplicaciones didácticas para la enseñanza de las matemáticas en secundaria desde una perspectiva no habitual. La posibilidad de analizar el lenguaje matemático en épocas anteriores a la nuestra, nos permite tomar conciencia de las dificultades de aprendizaje que existen hoy en día respecto a algunos conceptos matemáticos. Plantear los ejercicios desde una perspectiva histórica puede ayudar a evitar cierta rigidez a la hora de programar las actividades y unidades didácticas por parte del docente, a la vez que ayudar al alumno a entender por qué han surgido algunos postulados matemáticos y su importancia.

Numerosos docentes matemáticos defienden que la posibilidad de enfrentarse a los problemas matemáticos, contextualizados en el momento de su invención es beneficiosa para el alumno, dándole la posibilidad de experimentar los conceptos matemáticos como algo manipulable y que él mismo es capaz de generar, en lugar de que los asimile como conceptos abstractos ajenos a su experiencia. Esto contribuye a crear una mayor motivación y confianza en la asignatura. De esta manera se puede mostrar la matemática como algo que forma parte de nuestra cultura y que supone una atractiva herramienta de conocimiento.

El planteamiento de problemas surgidos en una época en el que la matemática era eminentemente una ciencia de la geometría, permiten desarrollar el raciocinio hipotético deductivo y visualizar con facilidad los fundamentos matemáticos. La geometría mediante los problemas que en ella se plantean, proporciona al alumno una herramienta para que perfeccione sus facultades de investigación, visión espacial y creatividad. Es importante evitar que la geometría se imparta como una rama residual de la matemática y devolverle su protagonismo en las programaciones escolares.

Por otra parte la metodología interdisciplinar, que este trabajo propone, resulta más fácil de ejecutar cuando el tema tratado es de por sí una combinación de humanismo y ciencia como es la obra y el pensamiento de Herrera. La separación de las ramas del conocimiento es algo que ha tenido diferentes formas a lo largo de la historia y replantearnos este hecho y su validez en los itinerarios de la educación secundaria actual es necesario. En este campo se abre la posibilidad de investigar varios proyectos de trabajo, que, mediante un proceso metodológico consensuado, den un soporte adecuado a los docentes de las diferentes materias, para realizar unas actividades interdisciplinares, que permitan una formación integral del alumno.

8. BIBLIOGRAFÍA

Atiyah, M. (1982) *What is Geometry?* The Mathematical Gazette, Vol. 66, No. 437. Octubre 1982. pp. 179-184. Disponible en [http://www.jstor.org/stable/3616542]

Bkouche, R. (2009) *De l'enseignement de la géométrie.* REPERES – IREM, N°76. Julio 2009. pp. 85-103.

Coxeter, H.S.M. (1967) *Geometry Revisited.* Washington, D.C., The mathematical Association in America.

De la Cuadra, 1997. http://delacuadra.net/escorial/

Esteban Piñeiro, M. (2002). *Las academias técnicas en la España del siglo XVI.* Quaderns d'Història de l'Enginyeria, volum V. 2002-2003. pp. 10-18.

Etayo, J. (1995) *Enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria.* Tratado de educación personalizada / dirigido por Victor García Hoz, Volumen 23b. Madrid, Ediciones Rialp.

García Barreno, P. (1994) *La Academia de Matemáticas de Felipe II.* Madrid, Nueva Revista Nº35. Junio 1994. pp. 90-112.

Glaeser, G. (1989) *La crisis de la enseñanza de la geometría.* Revista Integración. Vol.7 Nº2. Diciembre 1989. pp. 77-94.

Guzmán, M. de (2007) *Enseñanza de las Ciencias y de la Matemática.* Buenos Aires, Revista Iberoamericana de Educación, Nº 43. pp. 19-58.

Maróstica, A. (1992) *Ars Combinatoria and time: Llull, Leibniz and Peirce. S*tudia Lulliana. Vol. 32, Nº2. pp. 105-134.

Martin Municio, A. (2000) Las matemáticas y la Academia. *Horizontes culturales. Las Fronteras de la Ciencia. 2000: Año Mundial de las Matemáticas.* Madrid, Espasa. Disponible en [http://www.rac.es/ficheros/doc/00493.pdf]

Peralta, J. (1999) *La Matemática Española y la Crisis de finales del siglo XIX*. Madrid, Nivola Libros y Ediciones.

Peralta, J. (2005) *Sobre los automatismos en la resolución de problemas.* Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. XII, Nº1. pp. 87-103.

Polya, G. (1945) *How to solve it*. Princeton, Princeton University Press.

Rey Pastor, J. (1970) *La Ciencia y la Técnica en el Descubrimiento de América.* Madrid, Editorial Espasa Calpe.

Russell, B. (1919) The study of Mathematics. *Mysticism and Logic and other essays.* London, Longman.

Santaló, L. (1980) *Situación de la enseñanza de la Geometría frente a las nuevas tendencias de la educación matemática.* Ministerio de Educación y Ciencia. RedinEd. Disponible en [http://www.doredin.mec.es/documentos/00820073007983.pdf]

Snow, C.P. (1959) *The two Cultures.* Cambridge, Cambridge University Press

Taylor, R. (1992) *Arquitectura y Magia: Consideraciones sobre la idea de El Escorial.* Madrid, Ediciones Siruela.

Toeplitz, O. (1963) *The Calculus. A genetic approach*. Chicago, The University of Chicago Press.

Urvoy, D. (1980) *Penser l'Islam. Les présupposés Islamiques de l'"art" de Llull*, Paris, Ed. Vrin.

Vicente Maroto, Mª I. (1997) Juan de Herrera, Científico. Catálogo exposición. *Juan de Herrera, Arquitecto Real*. Barreiro Pereira, Paloma, Coordinación. Madrid, Lunwerg Editores.

Wilder, R.L (1950) *Cultural Basis of Mathematics.* Congreso Internacional de Matemáticos, Cambridge, Massachusetts, EEUU. 30 de Agosto de 1950. Disponible en [http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Extras/Cultural_Basis_I.html]

Wilkinson Zerner, C. (1993) *Juan de Herrera, Arquitecto de Felipe II*. Madrid, Ediciones Akal.

Ley Orgánica 2/2006 de Educación.

Real Decreto 1631/2006 por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

Real Decreto 23/2007 por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria.

Real Decreto 67/2008 por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de Bachillerato.